На правах рукописи

ПАНЧЕНКО Галина Леонидовна

УПРУГИЕ, РЕОЛОГИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ТЕЧЕНИЯХ МАТЕРИАЛОВ

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Панченко

Чебоксары – 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Владивостокский государственный университет экономики и сервиса»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Ковтанюк Лариса Валентиновна

Официальные оппоненты: Кирсанов Михаил Николаевич,
доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский университет «МЭИ», профессор кафедры теоретической механики и мехатроники

Филатов Геннадий Федорович,
доктор физико-математических наук, профессор,
Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина,
профессор кафедры математики

Ведущая организация: ФГБУН «Институт механики сплошных сред УрО РАН», г. Пермь

Защита состоится «19» июня 2014 г. в 12^{00} часов на заседании диссертационного совета Д 212.300.02 при ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева» по адресу: 428000, Чувашская Республика, г. Чебоксары, ул. К. Маркса, 38, ауд. 406

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева», http://www.chgpu.edu.ru/zaschita-dissertaciy. Электронная версия автореферата размещена на сайте ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации http://vak2.ed.gov.ru и на официальном сайте ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева» http://www.chgpu.edu.ru.

Автореферат разослан « » 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета С.В. Тихонов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Используемые технологические приемы обработки материалов термомеханическим воздействием (прокатка, скоростная штамповка, волочение и др.) могут осуществляться в условиях пристеночного скольжения. При достаточно больших скоростях скольжения невозможно пренебречь разогревом поверхности за счет трения, более того, в пристеночных областях развивающееся вязкопластическое течение также не является изотермическим. Следовательно, приходим к необходимости использования для моделирования подобных технологий связанной математической модели термоупругопластических деформаций. При этом в таких пристеночных областях течения хотя бы необратимые деформации нельзя считать малыми. Следовательно, адекватной моделью для подобных технологических процессов становится математическая модель больших деформаций. Развитие фундаментальной механики деформирования привело к возможности постановок задач данного класса. В настоящей работе изучаются особенности постановок некоторых таких модельных задач и приводятся их решения. Таким образом, ***актуальность*** в рассмотрении таких задач диктуется не только нуждами в развитии фундаментальной теории больших деформаций материалов, но и ответом на вызов технологической практики, связанный с потребностью в моделировании соответствующих технологий.

Цель работы. Изучить особенности постановок и получить решения простейших связанных термомеханических задач теории больших деформаций, учитывая упругие, пластические и вязкие свойства деформируемых материалов при их прямолинейных течениях.

К ***основным научным результатам*** диссертации относятся:

– решения краевых задач теории больших упруговязкопластических деформаций о прямолинейных течениях материала в зазоре между двумя жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями в случаях, когда одна из поверхностей (внутренняя или внешняя) движется, причем на одной из поверхностей выполняется условие проскальзывания материала, а на другой – условие жесткой спайки, а также, когда на обеих поверхностях возможно проскальзывание материала;

– постановка и решение краевой задачи термоупругопластичности о сползании тяжелого слоя с наклонной плоскости при его нагреве за счет вязкопластического течения, обусловленного зависимостью предела текучести материала слоя от температуры;

– постановка и решение последовательности связанных задач термоупруговязкопластичности о развитии течения в слое материала, находящегося в условиях нарастающего чистого сдвига, когда неоднородность напряженного состояния слоя вызывается тепловыделением за счет трения о его граничную поверхность; о течении материала слоя при постоянной нагрузке, о торможении течения и его остановке при уменьшающейся нагрузке вплоть до полной разгрузки и охлаждении материала слоя до комнатной температуры;

Научная новизна результатов, полученных в диссертации, заключается в следующем:

– получено решение новой задачи теории больших упруговязкопластических деформаций о прямолинейном движении среды в зазоре между жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями, связанное с возможностью проскальзывания с сухим и вязким трением на внешней или внутренней поверхности или на обеих сразу. Рассмотрены все постановочные возможности (6 случаев), и указаны в каждом случае момент зарождения течения и закономерности

продвижения упругопластических границ при развитии течения и его торможении до полной остановки;

– решением связанной задачи термоупруговязкопластичности установлены параметры явления сползания тяжелого слоя с теплоизолированной наклонной плоскости, вызванного развитием вязкопластического течения за счет зависимости предела текучести материала от температуры при ее повышении на свободной поверхности слоя;

– последовательностью новых связанных задач термоупруговязкопластичности о чистом сдвиге изучен процесс развития течения за счет разогрева слоя при трении его поверхности о шероховатую подложку; установлены закономерности продвижения упруговязкопластических границ, как при развитии течения, так и при его замедлении до полной остановки.

Достоверность полученных результатов базируется на использовании классических подходов неравновесной термодинамики и механики сплошных сред. Используемая математическая модель больших упруговязкопластических деформаций может считаться достаточно апробированной. Из нее в частном случае при переходе к малым деформациям следуют соотношения классической модели типа Прандтля – Рейса. При решении конкретных краевых задач дополнительные гипотезы не использовались, большинство полученных зависимостей являются точными в рамках используемой модели, а применяемые численно-аналитические процедуры являются общепризнанными.

Применение и практическая ценность работы. Увеличение температуры и скорости протекания технологических приемов формования профилей приводит к заметному повышению поверхностной температуры металла, вплоть до оплавления. Предварительный натяг оснастки может вызвать неконтролируемый процесс приповерхностного течения формуемого материала, выводящий технологию на недопустимые режимы. Подобные технологические приемы для своего модельного описания с необходимостью требуют учета в математических моделях связанности процессов деформирования и тепловыделения. При этом часто отсутствует возможность положить деформации малыми. В диссертации предпринята попытка поставить и решить ряд модельных задач для данных целей.

Важным этапом формования моделей, изготовляемых из парафина с разными полимерными добавками, является разогрев их поверхностей за счет трения до температуры плавления. Это необходимо для того, чтобы могли заполниться парафином вогнутости пресс-формы, и упрочнилась поверхность модели. Решением модельных задач предпринималась попытка совершенствования технологии прессования моделей. Эти задачи могут оказаться полезными также в технологиях порошковой металлургии.

Полученные решения также могут оказаться полезными для тестирования алгоритмов и программ численных расчетов. Расчетная сложность интенсивного формоизменения с учетом вязкопластических течений в неизотермических условиях продиктована не только существенной нелинейностью математической модели процесса, но и, главное, присутствием движущихся границ, разделяющих область деформирования на части, в которых деформирование и течение подчинено разным системам уравнений в частных производных. В таких случаях требуются специальные алгоритмические приемы. Полученные численно-аналитические решения с успехом могут послужить такой цели.

Апробация результатов диссертации. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

– X Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 2011);

– XVI Зимняя школа по механике сплошных сред «Механика сплошных сред как основа современных технологий» (Пермь, 2009);
– Региональная научно-практическая конференция «Молодежь и научно-технический прогресс» (Владивосток, 2010);
– Международная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (Воронеж, 2010);
– XXXV Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова (Владивосток, 2010);
– Конференция-семинар «Актуальные направления в механике сплошных сред» (Санкт - Петербург, 2012);
– XI Международный Форум студентов, аспирантов и молодых ученых стран Азиатско-Тихоокеанского региона (Владивосток, 2012);
– Восемнадцатая Международная конференция по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Алушта, 2013).

Диссертация в целом докладывалась на семинарах отдела механики деформируемого твердого тела Института автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН под руководством чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессора А.А. Буренина.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы (200 наименований). Общий объем работы – 170 страниц, в том числе 78 рисунков, включенных в текст.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 печатных работ. Список публикаций приведен в конце автореферата.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во ***введении*** приводится краткий обзор литературы, посвященный моделированию больших упругопластических деформаций. Теория больших деформаций упругопластических материалов является одним из интенсивно развивающихся направлений современной механики. Отмечается значительный вклад в развитие теории отечественных и зарубежных исследователей А.А. Буренина, Г.И. Быковцева, Д.Д. Ивлева, Л.В. Ковтанюк, В.Н. Кондаурова, С.Н. Коробейникова, В.И. Левитаса, В.П. Мясникова, Н.В. Новикова, В.А. Пальмова, А.А. Поздеева, А.А. Рогового, П.В. Трусова, А.Д. Чернышова, А.В. Шитикова, R.J. Clifton, A.E. Green, R. Hill, J. Kratochvil, E.H. Lee, P.M. Naghdi, S. Nemat-Nasser, W. Prager, F. Sidoroff и др. На основе проведенного литературного обзора сформулированы цели и задачи диссертации. Здесь же приводится структура диссертации по главам.

Первая глава диссертации носит вводный характер. В ней приводятся основные соотношения используемой модели больших упруговязкопластических деформаций, включая неизотермический случай, предложенной А.А. Бурениным, Г.И. Быковцевым, Л.В. Ковтанюк, В.П. Мясниковым и А.В. Шитиковым.

В § 1.1 строится кинематика больших упругопластических деформаций. В декартовой прямоугольной системе пространственных эйлеровых координат x_i обратимая (упругая) и необратимая (пластическая) компоненты тензора полных деформаций Альманси d_{ij} определяются дифференциальными уравнениями изменения (переноса) в виде

$$
\begin{gathered}
\frac{Dm_{ij}}{Dt} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^{p} - \frac{1}{2}\left(\left(\varepsilon_{ik} - \varepsilon_{ik}^{p} + z_{ik}\right)m_{kj} + m_{ik}\left(\varepsilon_{kj} - \varepsilon_{kj}^{p} - z_{kj}\right)\right), \\
\frac{Dp_{ij}}{Dt} = \varepsilon_{ij}^{p} - p_{ik}\varepsilon_{kj}^{p} - \varepsilon_{ik}^{p}p_{kj}, \quad \frac{Dn_{ij}}{Dt} = \frac{dn_{ij}}{dt} - r_{ik}n_{kj} + n_{ik}r_{kj}, \\
\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(v_{i,j} + v_{j,i}\right), \quad v_i = \frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_{i,j}v_j, \quad u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \\
m_{ij} = e_{ij} + \alpha\left(T - T_0\right)\delta_{ij}, \quad r_{ij} = \frac{1}{2}\left(v_{i,j} - v_{j,i}\right) + z_{ij}\left(\varepsilon_{sk}, m_{sk}\right).
\end{gathered} \tag{1}
$$

В соотношениях (1) u_i, v_i – компоненты векторов перемещений и скоростей точек среды; $c_{ij} = m_{ij} - \frac{1}{2}m_{ik}m_{kj}$, p_{ij} – обратимые и необратимые составляющие тензора d_{ij}; D/Dt – оператор используемой объективной производной по времени, которая приведена для произвольного тензора n_{ij}; ε_{ij}^{p}, r_{ij} – компоненты тензоров скоростей пластических деформаций и вращений; нелинейная составляющая z_{ij} тензора вращений в работе выписана полностью. Согласно (1) тепловое расширение считаем обратимым, так что e_{ij} – линейная часть тензора упругих деформаций; α – коэффициент линейного расширения; T – текущая температура; T_0 – комнатная температура тела в свободном состоянии. В процессах разгрузки ($\varepsilon_{ij}^{p} \equiv 0$) все изменения компонент тензора p_{ij} связаны с поворотом системы координат. Компоненты тензора полных деформаций Альманси d_{ij} согласно (1) представляются в форме

$$
d_{ij} = m_{ij} + p_{ij} - \frac{1}{2}m_{ik}m_{kj} - m_{ik}p_{kj} - p_{ik}m_{kj} + m_{ik}p_{ks}m_{sj}. \tag{2}
$$

В § 1.2, следуя законам термодинамики, приводятся определяющие соотношения между напряжениями и деформациями в областях обратимого деформирования, течения и разгрузки и уравнения баланса энтропии. Принимается гипотеза о независимости термодинамического потенциала (свободной энергии) от необратимых деформаций.

Предполагается, что необратимые деформации в материале накапливаются при достижении напряженным состоянием поверхности нагружения, которая в условиях принимаемого принципа максимума Мизеса является пластическим потенциалом. Ассоциированный закон пластического течения при этом записывается в форме

$$
\varepsilon_{ij}^{p} = \lambda\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}, \quad F\left(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}\right) = k, \quad \lambda = \lambda\left(\varepsilon_{ij}^{p}, p_{ij}\right) > 0, \tag{3}
$$

где k – предел текучести, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений Эйлера-Коши.

В § 1.3 проводится конкретизация определяющих соотношений. Для несжимаемой среды компоненты тензора напряжений σ_{ij} связаны с обратимыми деформациями формулами, аналогичными формулам Мурнагана в нелинейной теории упругости

$$
\begin{gathered}
\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \frac{1}{1+3\beta\theta}\frac{\partial W}{\partial d_{ik}}(\delta_{kj} - 2d_{kj}) \quad \text{при} \quad p_{ij} \equiv 0, \\
\sigma_{ij} = -P_1\delta_{ij} + \frac{1}{1+3\beta\theta}\frac{\partial W}{\partial m_{ik}}\left(\delta_{kj} - m_{kj}\right) \quad \text{при} \quad p_{ij} \neq 0, \\
\beta = \alpha T_0, \quad \theta = \left(T - T_0\right)T_0^{-1}.
\end{gathered} \tag{4}
$$

Упругий потенциал (плотность распределения свободной энергии) $W = W(J_1, J_2, \theta)$ для изотропной среды принимается в форме

$$W = -2\mu J_1 - \mu J_2 + bJ_1^2 + (b-\mu)J_1 J_2 - \zeta J_1^3 + \nu\theta J_1 + \\ + \nu_1\theta^2 - \kappa_1 J_1\theta^2 - \kappa_2 J_1^2\theta - \kappa_3 J_2\theta - \nu_2\theta^3, \\ J_k = \begin{cases} L_k & \text{при } p_{ij} \equiv 0, \\ I_k & \text{при } p_{ij} \neq 0, \end{cases} \quad L_1 = d_{jj}, \quad L_2 = d_{ij}d_{ji}, \quad I_1 = c_{jj}, \quad I_2 = c_{ij}c_{ji}. \tag{5}$$

В зависимостях (4) и (5) P, P_1 – добавочные гидростатические давления; μ – модуль сдвига, b, ζ, ν, ν_1, κ_1, κ_2, κ_3, ν_2 – другие термомеханические постоянные, которые не имеют ярко выраженного механического смысла, но могут быть определены экспериментально; L_1, L_2 – инварианты тензора полных деформаций Альманси; I_1, I_2 – инварианты тензора обратимых деформаций.

Уравнение теплопроводности в области обратимого деформирования записывается следующим образом:

$$(1 + \beta_1\theta + \beta_2 d_{kk})\frac{d\theta}{dt} + \beta_3\varepsilon_{ij}d_{ji} = q\frac{\partial^2\theta}{\partial x_j \partial x_j}, \\ \beta_1 = \frac{\nu_1(1-3\beta) - 3\nu_2}{\nu_1}, \quad \beta_2 = -\frac{\kappa_1}{\nu_1}, \quad \beta_3 = -\frac{\nu + \kappa_3}{\nu_1}, \tag{6}$$

в области разгрузки принимает форму

$$(1 + \beta_1\theta + \beta_2 c_{kk})\frac{d\theta}{dt} + \beta_3\varepsilon_{ij}c_{ji} = q\frac{\partial^2\theta}{\partial x_j \partial x_j}, \tag{7}$$

в пластической области имеет вид

$$(1 + \beta_1\theta + \beta_2 c_{kk})\frac{d\theta}{dt} + \beta_3\left(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p\right)c_{ji} = q\frac{\partial^2\theta}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{2\nu_1}\sigma_{ij}\varepsilon_{ji}^p, \tag{8}$$

где q – коэффициент температуропроводности.

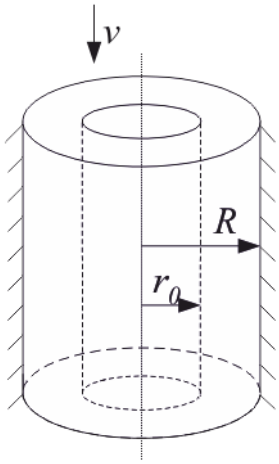

Рис. 1

В качестве пластического потенциала используется условие пластичности Треска, обобщенное на случай учета вязких свойств материала на стадии пластического течения материала

$$\max\left|\sigma_i - \sigma_j\right| = 2k + 2\eta\max\left|\varepsilon_k^p\right|. \tag{9}$$

Здесь η – коэффициент вязкости, σ_i, ε_k^p – главные значения тензоров напряжений и скоростей пластических деформаций.

Во ***второй главе*** диссертации получены решения задач о прямолинейном течении упруговязкопластического материала между двумя жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями. Деформирование происходит за счет движения одного из цилиндров. На одной из граничных поверхностей выполняется условие жесткой спайки, а на другой – условие проскальзывания. В § 2.1.1 приводится постановка задачи в случае, когда равноускоренно движется внутренний жесткий цилиндр радиуса $r = r_0$ ($v = a_1 t$), а внешний цилиндр радиуса $r = R$ закреплен (рис. 1):

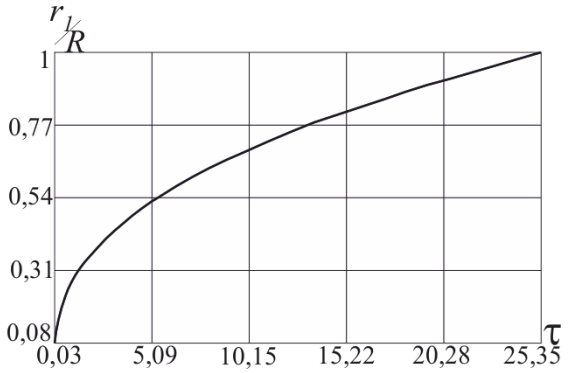

Рис. 2

$$v\big|_{r=R} = u\big|_{r=R} = 0. \qquad (10)$$

Здесь $u = u_z(r,t)$ и $v = v_z(r,t)$ – единственные отличные от нуля компоненты векторов перемещений и скоростей. В дальнейшем будем использовать цилиндрическую систему координат r, φ, z. Считаем, что до некоторого момента времени $t = t^*$ на границе $r = r_0$ выполняется условие прилипания, т.е. материал удерживается за счет сухого трения с коэффициентом трения покоя f:

$$\left(|\sigma_{rz}| - f|\sigma_{rr}|\right)\big|_{r=r_0} < 0. \qquad (11)$$

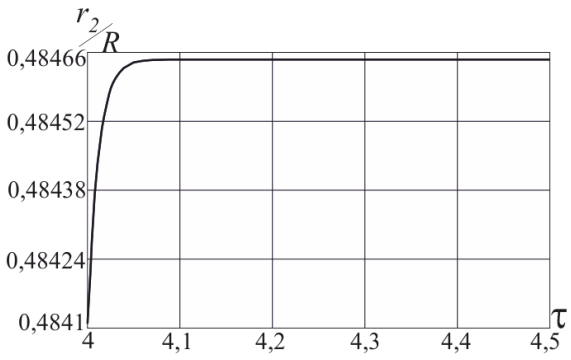

Рис. 3

В момент времени $t = t^*$ неравенство (11) обратится в равенство. В таком движении потребуем выполнение условия проскальзывания

$$|\sigma_{rz}|\big|_{r=r_0} = f|\sigma_{rr}|\big|_{r=r_0} + \xi[v]\big|_{r=r_0} \qquad (12)$$

где ξ – коэффициент вязкого трения, $[v]$ – разность скоростей жесткого цилиндра и материала в его окрестности. Следует отметить, что от выбранного значения радиального напряжения σ_{rr}, которое задает начальное поджатие, зависит, что начнется раньше – проскальзывание материала в окрестности внутреннего цилиндра или вязкопластическое течение на нем же. В данном случае значение σ_{rr} выбирается таким образом, чтобы проскальзывание материала начиналось раньше.

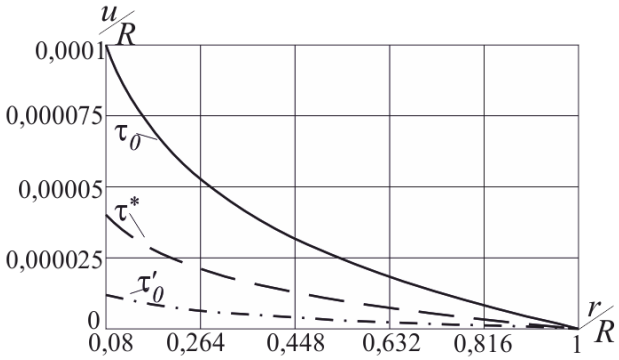

Рис. 4

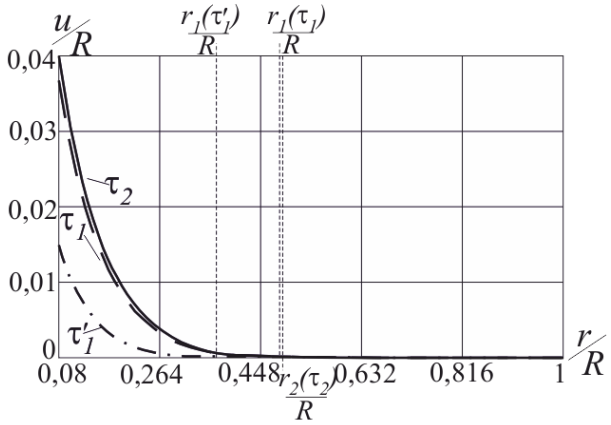

Рис. 5

Решается задача об упругом деформировании материала, предшествующем вязкопластическому течению.

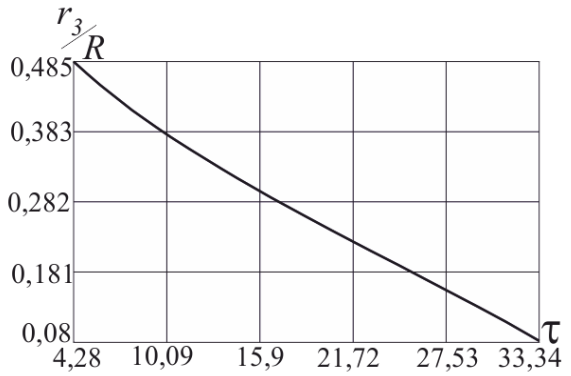

Рис. 6

Дальнейшее деформирование материала с момента времени $t = t_0 > t^*$ в условиях развивающегося вязкопластического течения изучается в § 2.1.2. Для нахождения параметров напряженно-деформированного состояния уравнения равновесия (квазистатическое приближение) интегрируются в области вязкопластического течения $r_0 \le r \le r_1(t)$ и в области обратимого деформирования $r_1(t) \le r \le R$. Для определения упругопластической границы $r_1(t)$

вследствие непрерывности напряжений, деформаций, скоростей и перемещений получено обыкновенное дифференциальное уравнение. Также рассматривается вязкопластическое течение при равномерном движении цилиндра ($v = a_1 t_1$). Для определения новой упругопластической границы $r_2(t)$, отделяющей область течения $r_0 \le r \le r_2(t)$ от области упругого деформирования $r_2(t) \le r \le R$ также получено дифференциальное уравнение. На рис. 2 и 3 показаны изменения границ r_1/R и r_2/R в зависимости от безразмерного времени $\tau = a_1 t^2 / r_0$. Распределение перемещений u/R в моменты времени $\tau = \tau_0'$ ($\tau_0' < \tau^*$), $\tau = \tau^*$ и $\tau = \tau_0$ показано на рис. 4.

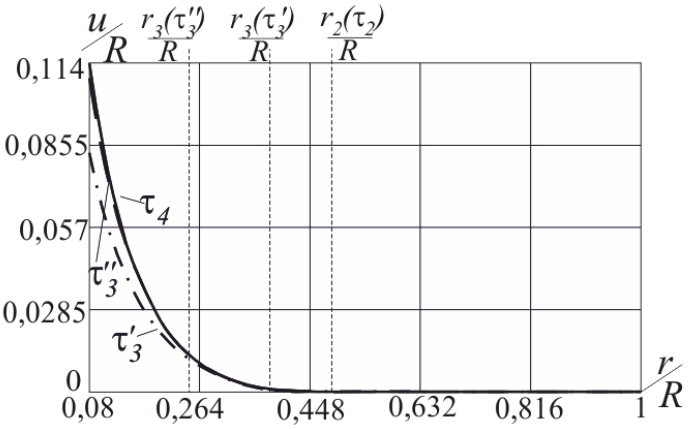

Рис. 7

В § 2.1.3 с некоторого момента времени $t = t_2$ рассматривается торможение цилиндра до полной остановки ($v = a_1 t_1 - a_2(t - t_2)$). Область деформирования при этом состоит из области продолжающегося вязкопластического течения $r_0 \le r \le r_3(t)$, области $r_3(t) \le r \le r_2(t_2)$, в которой пластическая деформация p_{rz} не изменяется, и области обратимого деформирования $r_2(t_2) \le r \le R$. Граница $r_3(t)$ достигает поверхности $r = r_0$ ($t = t_3$) раньше, чем скорость жесткого цилиндра станет равной нулю. При этом в материале будет происходить разгрузка с уменьшением по модулю напряжения σ_{rz}, пока скорость жесткого цилиндра не станет равной нулю ($t = t_k$) и затем не выполнится условие прилипания $\left(|\sigma_{rz}| - f|\sigma_{rr}|\right)\Big|_{r=r_0} = 0$ ($t = t_4$). С этого момента времени параметры напряженно-деформированного состояния перестают изменяться. Перемещения в моменты времени $\tau = \tau_1'$ ($\tau_0 < \tau_1' < \tau_1$), $\tau = \tau_1$ и $\tau = \tau_2$ показаны на рис. 5. Изменение упругопластической границы r_3/R изображено на рис. 6. Рис. 7 иллюстрирует распределение перемещений в моменты времени $\tau = \tau_3'$ ($\tau_2 < \tau_3' < \tau_3$), $\tau = \tau_3''$ ($\tau_3' < \tau_3'' < \tau_3$) и $\tau = \tau_4$.

В § 2.1.4 решена аналогичная задача в случае движения внешнего жесткого цилиндра. В § 2.2 рассмотрены две подобные задачи с проскальзыванием материала в окрестности внешнего жесткого цилиндра при движении одной из поверхностей. В отличие от предыдущих задач, рассматривается случай, когда проскальзывание при $r = R$ начинается одновременно с пластическим течением при $r = r_0$. В § 2.3 решены два последних постановочных варианта, когда проскальзывание материала возможно в окрестностях обоих жестких цилиндров при движении одного из них.

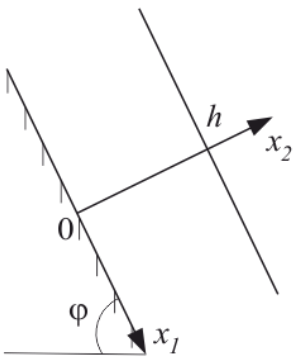

Рис. 8

Несмотря на различия в перемещениях и скоростях, области вязкопластического течения развиваются одинаково, как при движении внутреннего цилиндра, так и при движении внешнего. Рассчитаны поля напряжений, деформаций, скоростей и перемещений. Соответствующие графики приведены в тексте диссертации.

В ***третьей главе*** диссертации решается краевая задача термоупругопластичности о сползании тяжелого

слоя высоты h с наклонной плоскости при его нагреве (рис. 8). Эффект сползания обусловлен развитием вязкопластического течения за счет зависимости предела текучести материала слоя от температуры.

В § 3.1 рассматривается обратимое деформирование. Полагаем, что в промежуток времени $0 < t < t^*$, пока пластическое течение отсутствует, краевые условия задачи имеют вид

$$u\big|_{x_2=0} = 0, \quad \sigma_{22}\big|_{x_2=h} = 0, \quad \sigma_{12}\big|_{x_2=h} = 0,$$
$$\theta\big|_{x_2=h} = G(t), \quad \partial\theta/\partial x_2\big|_{x_2=0} = 0. \tag{13}$$

В (13) $u = u_1(x_2)$ – единственная отличная от нуля компонента вектора перемещений, $G(t)$ – задаваемая функция (в расчетах полагалась линейной).

Известно, что предел текучести k существенно зависит от температуры. Эта зависимость носит нелинейный характер и в диссертации выбирается в следующей форме

$$k = k_0\left(1 - \left(\theta/\theta_{pl}\right)^2\right), \tag{14}$$

где k_0 – предел текучести при комнатной температуре, θ_{pl} – температура плавления.

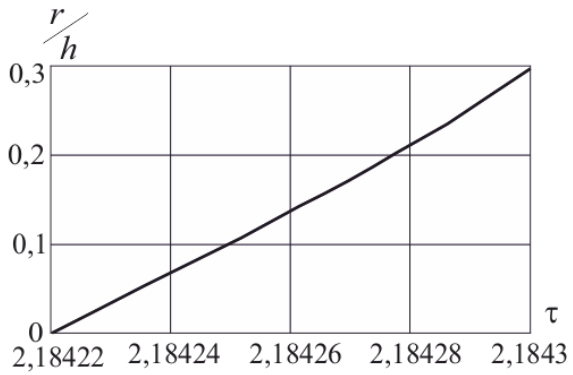

Рис. 9

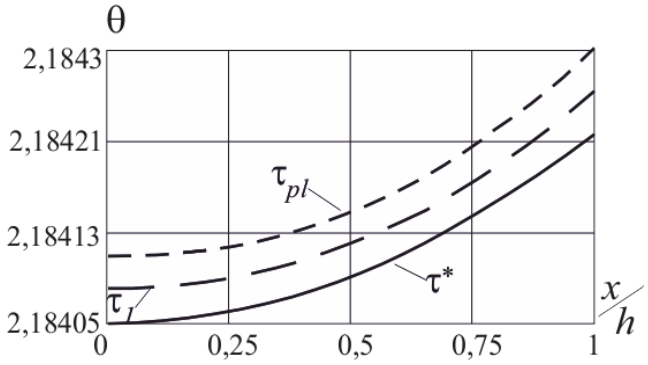

Рис. 10

Условие пластичности (9), записанное для данной задачи в виде $\sigma_{12}\big|_{x_2=0} = k(t^*)$, впервые выполнится на плоскости $x_2 = 0$. Это условие позволяет найти момент начала пластического течения t^*. Для решения упругой задачи использовались встроенные функции пакета Mathematica.

В § 3.2 изучается вязкопластическое течение материала слоя. Начиная с момента времени $t = t^*$, от границы $x_2 = 0$ развивается область течения, которая занимает слой $0 \le x_2 \le r(t)$, в слое $r(t) \le x_2 \le h$ материал деформируется обратимо. Уравнение теплопроводности в области обратимого деформирования (6) отличается от уравнения теплопроводности в области течения (8). Причем температура θ и ее производная $\partial\theta/\partial x_2$ непрерывны на упругопластической границе $r(t)$, положение которой заранее неизвестно. Из условия равенства нулю скоростей пластических деформаций на упругопластической границе следует уравнение для определения значения $r(t)$, в которое входит неизвестная функция θ. Для решения двух уравнений теплопроводности и уравнения для $r(t)$ была разработана неявная конечно-разностная схема, реализованная затем в пакете Mathematica с использованием метода прогонки. Сходимость данной конечно-разностной схемы проверялась прогонами модели на сужающихся сетках. По найденным при помощи данной конечно-разностной схемы полям температуры рассчитаны поля деформаций, скоростей и перемещений. Решение найдено в интервале по времени $t^* \le t \le t_{pl}$, где

t_{pl} - момент времени, когда верхняя граница слоя нагреется до температуры плавления.

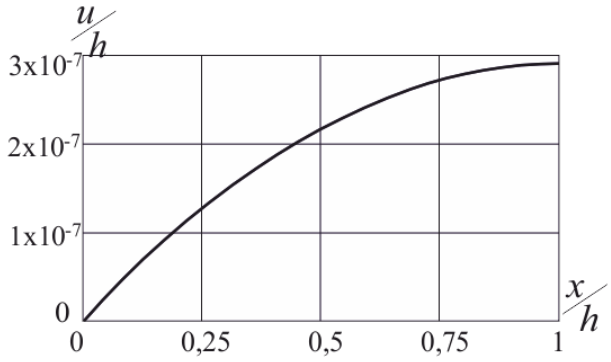

Рис. 11

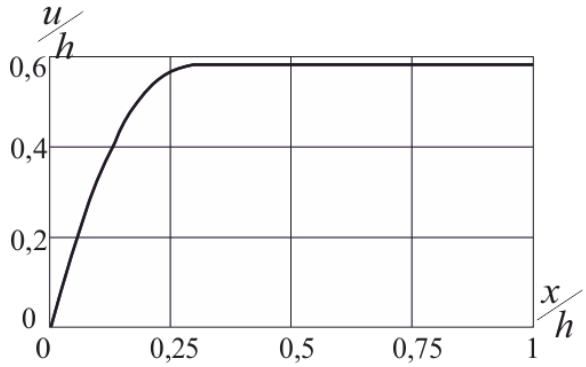

Рис. 12

На рис. 9 показано изменение границы r/h со временем τ. Распределение температуры в моменты времени $\tau = \tau^*$, $\tau = \tau_1$ ($\tau_1 > \tau^*$) и $\tau = \tau_{pl}$ изображено на рис. 10. Рис. 11 и 12 приведены перемещения в моменты времени $\tau = \tau^*$ и $\tau = \tau_{pl}$.

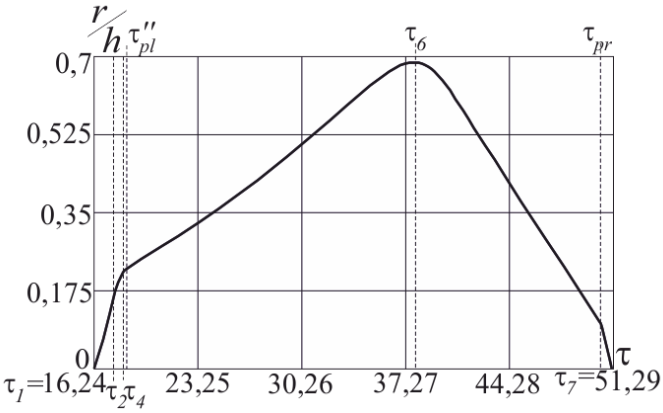

Рис. 13

В ***четвертой главе*** диссертации рассматривается последовательность связанных задач термоупруговязкопластичности о развитии течения в плоском слое несжимаемого материала, расположенного на горизонтальной жесткой поверхности и находящегося в условиях нарастающего чистого сдвига.

В § 4.1 приводится постановка задачи и рассматривается упругое деформирование материала. На верхней границе слоя ставятся следующие краевые условия

$$\sigma_{12}\big|_{x_2=h} = \zeta_1 t, \quad \sigma_{22}\big|_{x_2=h} = a_0, \tag{15}$$

где ζ_1 и a_0 – задаваемые постоянные. Пока напряжение $\sigma_{12} < f\sigma_{22}$, на нижней границе упруговязкопластического слоя выполняются условия прилипания

$$u\big|_{x_2=0} = 0, \quad v\big|_{x_2=0} = 0. \tag{16}$$

При увеличении со временем напряжения σ_{12} согласно первому соотношению (15) первоначально происходит только упругое деформирование материала. В момент времени $t = t^*$ на жесткой стенке $x_2 = 0$ может начаться либо вязкопластическое течение, либо проскальзывание материала. Примем для постоянной a_0 неравенство $a_0 < k/f$, тогда проскальзывание материала при $x_2 = 0$ начнется раньше, чем вязкопластическое течение. Условия прилипания (16) заменяются краевым условием

$$\left(\sigma_{12} - f\sigma_{22} - \xi v\right)\big|_{x_2=0} = 0. \tag{17}$$

Вследствие выполнения условия проскальзывания (17), начиная с момента времени $t = t^*$, в материале слоя начнется разогрев за счет трения о жесткую поверхность. Примем краевые условия для температуры

$$\left(\theta - \gamma u\right)\big|_{x_2=0} = 0, \quad \partial\theta/\partial x_2\big|_{x_2=h} = 0, \quad \theta\big|_{t=t^*} = 0. \tag{18}$$

где γ – задаваемая постоянная величина.

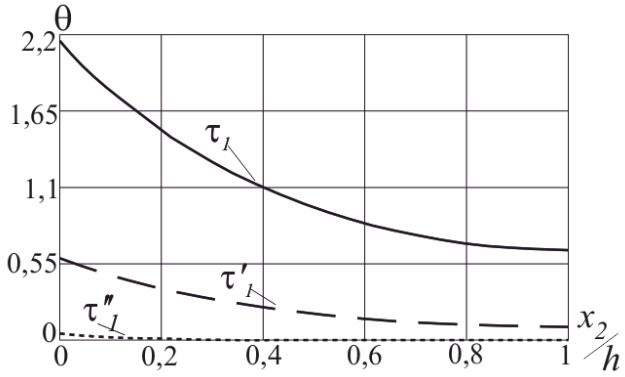

Рис. 14

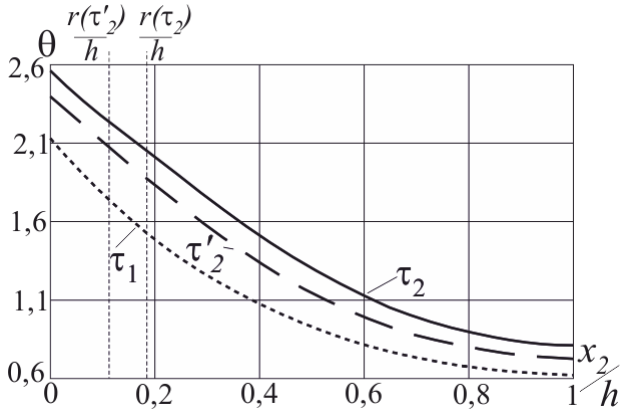

Рис. 15

Решены задачи об упругом деформировании материала в изотермическом и неизотермическом случае. Вычислен момент начала пластического течения t_1.

В § 4.2 рассматривается вязкопластическое течение материала слоя при дальнейшем увеличении напряжения σ_{rz}. Начиная с момента времени $t = t_1$, от границы $x_2 = 0$ развивается область течения, занимающая слой $0 \le x_2 \le r(t)$, в слое $r(t) \le x_2 \le h$ материал деформируется обратимо. Заметим, что первое краевое условие (18) справедливо до некоторого момента времени $t = t_{pl}$, в который температура на границе слоя $x_2 = 0$ станет равной температуре плавления. Начиная с момента времени $t = t_{pl}$, первое условие (18) необходимо заменить условием

$$\theta\big|_{x_2=0} = \theta_{pl}. \tag{19}$$

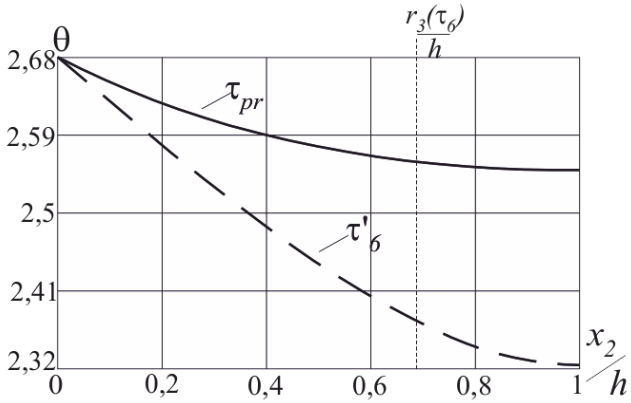

Рис. 16

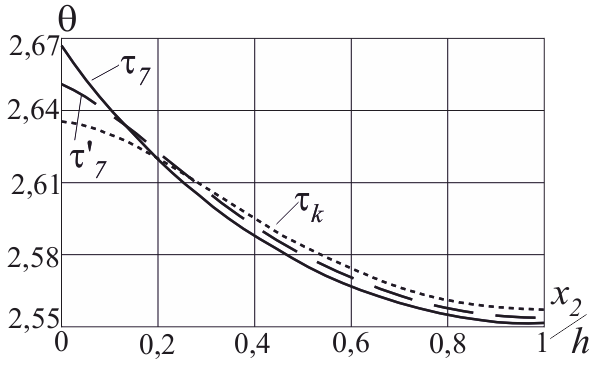

Рис. 17

Начиная с момента времени $t = t_2$, напряжение σ_{12} далее не изменяется ($\sigma_{12}\big|_{x_2=h} = \zeta_1 t_2$) и в § 4.3 изучается вязкопластическое течение материала при постоянном напряжении. Изменение в режиме нагружения приводит к возникновению новой упругопластической границы $r_1(t)$, которая с момента времени $t = t_2$ и до некоторого момента $t = t_3$ движется вниз от стационарной поверхности $r(t_2)$, т.е. происходит разгрузка среды, а с момента времени $t = t_3$ меняет направление и движется вверх. В момент времени $t = t'$ граница $r_1(t)$ выходит на стационарную границу $r(t_2)$ и продолжает двигаться дальше.

В § 4.4 рассматривается течение при уменьшающемся напряжении ($\sigma_{12}\big|_{x_2=h} = \zeta_1 t_2 - \zeta_2 (t - t_4), \quad \zeta_2 > 0$) и разгрузка среды. Возникает новая граница $r_2(t)$,

которая сначала движется вниз от стационарной границы $r(t_4)$, а затем меняет направление и движется вверх. Затем в момент времени $t = t_6$ граница $r_2(t)$ перестает увеличиваться и возникает новая граница $r_3(t)$, движущаяся вниз. В некоторый момент времени $t = t_{pr}$ вновь выполнится условие прилипания $\sigma_{12}\big|_{x_2=0} = f\,\sigma_{22}\big|_{x_2=0}$ и при дальнейшем уменьшении напряжения материал начнет остывать. Краевое условие для температуры (19) изменится на следующее

$$\theta\big|_{x_2=0} = \theta_{pl}\left(1-\gamma_1\left(t-t_{pr}\right)\right), \tag{20}$$

где γ_1 – задаваемая постоянная. В момент времени $t = t_7$ граница $r_3(t)$ достигнет нижнего края слоя $x_2 = 0$, а в момент времени $t = t_k$ компонента тензора напряжений σ_{12} станет равной нулю.

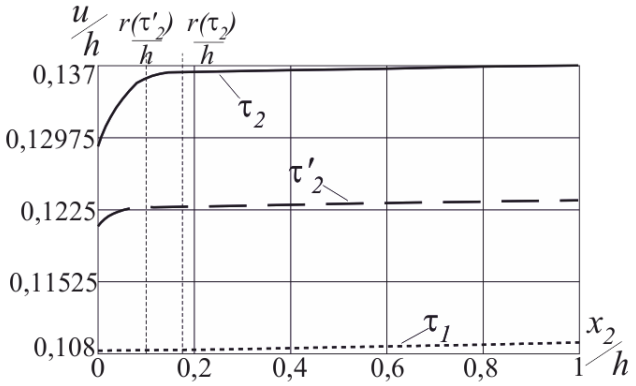

Рис. 18

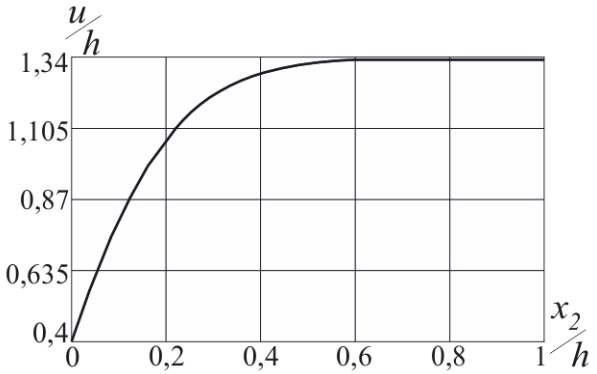

Рис. 19

В § 4.5 рассматривается охлаждение материала, которое связано с заданием потока тепла на верхней границе слоя

$$\partial\theta/\partial x_2\big|_{x_2=h} = \gamma_2 t\,, \tag{21}$$

где γ_2 – известная постоянная величина.

Изменение упругопластических границ в зависимости от времени приведено на рис. 13. Изменения температуры в процессе деформирования показаны на рис. 14, 15, 16 и 17. Распределения перемещений в моменты времени $\tau = \tau_1$, $\tau = \tau_2'$ ($\tau_1 < \tau_2' < \tau_2$) и $\tau = \tau_2$ изображены на рис. 18. На рис. 19 показаны перемещения в конечный момент времени, когда слой полностью остыл.

На всех этапах деформирования для нахождения распределения температуры, а также положения неизвестных границ использовались конечно-разностные схемы. По найденным полям температуры рассчитаны деформации, скорости и перемещения. Соответствующие графики приведены в диссертации.

В ***заключении*** приведены ***основные результаты диссертации***, состоящие в следующем:

1. В рамках модели больших упруговязкопластических деформаций получены решения краевых задач о прямолинейных течениях несжимаемого упруговязкопластического материала, находящегося в зазоре между двумя жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями. Одна из поверхностей движется. Рассмотрены все шесть постановочных возможностей: В первом случае движется внутренняя поверхность, на ней же выполняется условие проскальзывания, в то время как на внешней поверхности задано условие жесткой спайки. Во втором случае движется внешняя поверхность, на которой выполняется условие жесткой спайки, а на внутренней поверхности возможно проскальзывание материала. Третья и четвертая задачи – условие проскальзывания выполняется на

внешней поверхности, а на внутренней задано условие жесткой спайки. В третьем случае движется внутренний цилиндр, а в четвертом – внешний. В последних двух вариантах – движется внутренняя или внешняя поверхность, проскальзывание возможно в окрестностях обоих граничных поверхностей. Рассмотрены упругое деформирование материала, развивающееся вязкопластическое течение при равноускоренном и равномерном движениях граничных поверхностей, торможение и процесс разгрузки при равнозамедленном движении поверхностей.

2. Указаны условия зарождения и закономерности развития вязкопластических течений. Показано, что пластическое течение всегда начинается в окрестности внутреннего цилиндра, и области пластического течения развиваются одинаково, как при движении внутреннего цилиндра, так и при движении внешнего. Получены законы продвижения упругопластических границ, рассчитаны поля деформаций, напряжений, скоростей и перемещений, как в областях течения, так и в областях обратимого деформирования.

3. Получено решение краевой задачи термоупругопластичности о сползании тяжелого слоя с наклонной плоскости при его нагреве. Причиной сползания является развивающееся вязкопластическое течение. В рамках теории больших деформаций указана закономерность продвижения упругопластической границы, а также вычислены напряжения, деформации и скорости деформаций, как в области термоупругого деформирования, так и в области течения. Для численного решения уравнений теплопроводности использовалась конечно-разностная схема. С ее помощью удалось получить распределение температуры в области обратимого деформирования и области вязкопластического течения, а также выявить закономерность изменения неизвестной заранее упругопластической границы. По найденным полям температуры рассчитаны деформации, скорости деформаций и перемещения точек слоя.

4. Получено решение последовательности неизотермических связанных задач о деформировании слоя упруговязкопластического материала, к верхней границе которого приложена сдвиговая нагрузка. При движении материал трется о шероховатую поверхность, что вызывает его разогрев. Рассмотрены упругое деформирование, зарождение и развитие течения материала слоя, а также течение при постоянной нагрузке, торможение течения и его остановка при уменьшающейся нагрузке вплоть до полной разгрузки и охлаждение слоя до комнатной температуры. Поля температур получены с помощью конечно-разностных схем. По найденным значениям температуры рассчитаны деформации, скорости деформаций и перемещения точек материала слоя.

5. Для решения неизотермических задач были разработаны неявные конечно-разностные схемы для неравномерных сеток с неизвестными движущимися упругопластическими границами. Данные схемы позволяют получить распределение температуры в области течения, в области обратимого деформирования и в области разгрузки, а также положение неизвестной упругопластической границы на каждом шаге по времени. Сходимость конечно-разностных схем была проверена прогонами модели на сужающихся сетках.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. *Буренин А.А., Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л.* К моделированию больших упруговязкопластических деформаций с учетом теплофизических эффектов // Известия АН. Механика твердого тела. – 2010. – № 4. – С. 107–120.

2. *Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л., Устинова А.С.* Прямолинейные и вискозиметрические течения упруговязкопластических материалов и возможность

учета в них теплофизических эффектов // Вестник Нижегородского университета. – 2011. – №4. – Часть 5. – С. 2244–2246.
3. *Панченко Г.Л.* О прямолинейном течении в упруговязкопластическом цилиндрическом слое в условиях одностороннего прилипания // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2011. – Т. 4. – № 4. – С. 86–96.
4. *Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л.* Неизотермическое деформирование упруговязкопластического плоского тяжелого слоя // Сиб. журн. индустр. матем. – 2013. – 16:1. – С. 56–65.

Статьи и материалы конференций

5. *Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л.* Упругие и теплофизические эффекты, сопровождающие антиплоское вязкопластическое течение // Механика сплошных сред как основа современных технологий // XVI Зимняя школа по механике сплошных сред, Пермь, 24 – 27 февраля 2009 г. Тезисы докладов. – Изд-во ИМСС УрО РАН. – С. 194.
6. *Панченко Г.Л., Ковтанюк Л.В.* Развитие прямолинейного неизотермического вязкопластического течения. Молодежь и научно-технический прогресс: Материалы региональной научно-практической конференции, Владивосток, апрель – июль 2010, Издательство ДВГТУ, 2010. Часть 2. Секция 6: Фундаментальные механико-математические науки и их приложения. – С 11–16.
7. *Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л.* Влияние трения на прямолинейные осесимметрические течения. // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной конференции. 22 – 24 июня, 2010 г. Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета. – 2010. – С. 181–182.
8. *Панченко Г.Л.* Вязкопластическое течение среды, расположенной в зазоре между коаксиальными цилиндрическими поверхностями // XXXV Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова, 31 авг. – 5 сент. 2010 г., Владивосток: сб. докл. (Электронный ресурс). Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2010. – С. 601–607.
9. *Панченко Г.Л.* Учет теплофизических эффектов при интенсивном необратимом деформировании материала // Материалы конференции-семинара «Актуальные направления в механике сплошных сред». 02–06 июля 2012 г. – Санкт-Петербург.
10.*Панченко Г.Л.* Прямолинейное неизотермическое течение в цилиндрическом слое при условии одностороннего прилипания // Материалы XI Международного Форума студентов, аспирантов и молодых ученых стран Азиатско-Тихоокеанского региона. Владивосток, май, 2012 г.
11.*Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л.* Вязкопластическое течение при нагреве упруговязкопластического плоского тяжелого слоя // Восемнадцатая Международная конференция по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам. Алушта, 2013 г. – С. 379–380.

Личный вклад автора. Работы [3, 8, 9, 10] выполнены автором самостоятельно. В работах [1, 2, 4-7, 11] автор участвовала в постановке задач, разработке алгоритмов решения и выполняла все необходимые вычисления.

Автореферат разрешен к печати диссертационным советом
Д 212.300.02 при ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный
педагогический университет им. И.Я. Яковлева» 15.04.14 г.
Подписано в печать 15.04.14. Формат 60Х84/16.
Бумага писчая. Печать оперативная.
Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз. Заказ. №

Отпечатано в отделе полиграфии
ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный педагогический
университет им. И.Я. Яковлева»
428000, г. Чебоксары, ул. К. Маркса, 38.