

ОТЗЫВ
официального оппонента,
ведущего научного сотрудника ИПМаш РАН
к.ф.-м.н. Сергея Николаевича Гаврилова
о диссертационной работе
Анастасии Александровны Лаптевой
«Распространение деформаций по упругим средам
с дополнительными ограничениями
в их механических свойствах»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.02.04 — Механика деформируемого твердого тела

Актуальность темы диссертации. Диссертационная работа А.А. Лаптевой посвящена решению нестационарных задач динамической теории упругости для сред, в которых (при соответствующих условиях нагружения) возможно распространение поверхностей разрывов деформаций (в частности, ударных волн). В качестве таких сред рассматриваются нескимаемые упругие среды при конечных деформациях (глава 2), а также разномодульные среды при малых деформациях (главы 3-4). Сразу отмечу, что задачи рассматриваемого типа, будучи нелинейными, чрезвычайно сложны и по своей сути совершенно не приспособлены для непосредственного численного моделирования. Оно становится возможным после того, как определены типы

всех разрывных фронтов, возникающих в данной среде при данных условиях нагружения, и определен допустимый диапазон скоростей их движения, что подразумевает значительную аналитическую работу. Поэтому любая такая задача является по-своему уникальной, не поддающейся анализу при помощи стандартных подходов. Осознание общих закономерностей, присущих разрывным нестационарным решениям задач рассматриваемого типа, станет возможным лишь после того, как будет накоплено значительное число решенных модельных задач, а их к настоящему времени очень мало. Поэтому у меня **нет сомнений в актуальности темы диссертации.**

Анализ содержания диссертации и её основные результаты. Во введении представлен библиографический обзор работ по динамической теории упругости, посвященных распространению поверхностей сильных разрывов при конечных деформациях, а также нестационарных волн в разномодульных упругих средах.

Глава 1 посвящена выводу основных уравнений для задач, рассматриваемых далее в главах 2-4. Рассматривается несжимаемая упругая среда при конечных деформациях, а также различные типы разномодульных сред при малых деформациях (разномодульная среда общего вида, разномодульная среда без дилатации, среда со сдвиговой разномодульностью). Рассматриваются соотношения на подвижных разрывах для всех типов исследуемых сред, даётся классификация возможных типов разрывов.

В главе 2 исследуются задачи о столкновении плоских ударных сдвиговых волн конечной амплитуды в несжимаемом упругом слое. Решения рассматриваемых задач удается получить благодаря свойству автомодельности. Основным результатом главы 2 являются предложенные А.А. Лаптевой критерии, позволяющие определить типы волновых фронтов, возникающих при столкновении ударных волн, в зависимости от параметров, характеризующих приложенное к слою ударное нагружение.

В главе 3 исследуются нестационарные упругие волны в разномодульной упругой среде при одноосном деформировании. Рассматривается как классическая разномодульная среда, по-разному сопротивляющаяся растяжению и сжатию, так и несжимаемая среда со сдвиговой разномодульностью. Основные результаты главы 3 состоят в том, что получены решения нестационарных задач о возникновении “жёсткой” области (перемещающейся как твёрдое целое) и ударной волны вследствие нестационарного нагружения, приложенного на границе упругого полупространства, а также задач об отражении одномерных волн сжатия или растяжения от свободной или жесткой границы упругого слоя. Аналогичные результаты получены также для задачи о волнах в несжимаемой среде со сдвиговой разномодульностью.

В главе 4 рассматриваются сферически симметричные нестационарные упругие волны в разномодульной упругой среде, по-разному сопротивляющейся объёмному расширению и сжатию (при отсутствии дилатации — возможного взаимного влияния объёмных и сдвиговых деформаций). Для данного класса задач удается применить технику, разработанную в главе 3 диссертации. Основными результатами главы 4 следует считать полученные решения нестационарных задач, описывающие сходящиеся и расходящиеся нестационарные волны, вызванные знакопеременным нагружением на сферической границе. Следует отметить, что, несмотря на сходство постановок задач, рассмотренных в главах 3 и 4, характер волновых процессов оказывается существенно различным.

У меня нет сомнений, что все перечисленные **результаты** диссертации **являются новыми. Обоснованность и достоверность** результатов обеспечивается строгой математической постановкой задач теории упругости, использованием математически строгих методов их решения. **Практическая значимость** диссертации определяется тем, что в ней получены (весьма сложные) решения простейших модельных нестационарных задач рассматри-

ваемого класса, которые должны стать тестовыми при разработке численных методов и программных комплексов, адаптированных для решения таких задач.

Замечания по работе и ее оформлению. Основные замечания сводятся к следующему:

1. На мой взгляд, название диссертационной работы не совсем удачно. Действительно, в работе рассматриваются задачи динамической теории упругости для несжимаемых и разномодульных упругих сред. Если несжимаемость, очевидно, является «дополнительным ограничением» в механических свойствах, то разномодульность вряд ли можно назвать ограничением.
2. На стр. 19 диссертации предлагается использовать в качестве «меры деформации» тензор конечной деформации Альманси. Это неудачный оборот речи, поскольку наряду с тензором Альманси в литературе используется мера деформации Альманси — тензор с компонентами $a_{k,i}a_{k,j}$.
3. Автор диссертации предлагает использовать в качестве третьего инварианта тензора Альманси α_{ij} величину $I_3 = \alpha_{ik}\alpha_{kj}\alpha_{ji}$ (формула (1.12)). Данная величина действительно является инвариантом, хотя более традиционным в механике сплошных сред является использование в качестве третьего инварианта тензора второго ранга его определителя. В таком случае условие несжимаемости имеет очень простой вид: третий инвариант меры Альманси (определитель) должен быть равным единице. В диссертации никак не объясняется, почему введенная величина I_3 является инвариантом. Условие несжимаемости в терминах инвариантов тензора Альманси, записанное в диссертации в виде первой формулы в (1.12), по-видимому, содержит опечатку, так как в нём имеются однородные члены $-\frac{4}{3}I_1^3$ и $-\frac{8}{3}I_1^3$.

4. На стр. 22 диссертации речь, очевидно, идёт о функциональной независимости инвариантов, а не о линейной независимости.

5. Движение точек среды, описываемое формулой (1.20), не следует называть одномерным деформированием. Одномерным деформированием, на мой взгляд, является движение, описываемое формулами

$$u_1 = u_1(x_1, t), \quad u_2 \equiv 0, \quad u_3 \equiv 0.$$

6. Из формул (1.22) лишь вторая является уравнением движения (первая является определяющим соотношением).

7. Из текста главы 2 не всегда ясно, идёт ли в данный момент речь о конечных деформациях упругого тела или же используется приближение малых деформаций. Так, например, в разделе 1.2.2, очевидно, обсуждаются конечные деформации, а в разделе 1.2.3 (в частности, в формуле (1.23)) уже используется приближение малых деформаций, хотя этот факт никак не комментируется.

8. В разделе 1.5 предлагается классификация возможных разрывов уравнения (1.31), подобная введённой В.П. Масловым и П.П. Мосоловым в классической работе [90]. Предложенная классификация отличается от классификации Маслова-Мосолова тем, что «сигнотоны» по Маслову-Мосолову названы в диссертации «простыми разрывами», а «простые разрывы» — «сигнотонами». Это различие в диссертации никак не комментируется, но создает некоторые трудности для понимания материала диссертации читателю, знакомому с классическим вариантом классификации.

9. На стр. 47 утверждается, что «простые разрывы» (т.е. «сигнотоны» по Маслову-Мосолову) движутся с характеристическими скоростями a и b , в

то время как в [90] утверждается, что их допустимые значения величины их скорости лежат в области значений, больших a («быстрые сигнотоны») или же меньших b («медленные сигнотоны»). Замечу, что в частном случае, рассмотренном на стр. 85–86 диссертации, где исследуется возникновение области постоянных перемещений при одноосном деформировании разномодульной среды, скорости соответствующих фронтов, ограничивающих такие области, оказываются равными a и b (и это совершенно верно!). Быть может, граница области постоянных перемещений (внутри которой все производные перемещений тождественно равны нулю) представляет собой особый предельный случай, не вполне вписывающийся в классификацию Маслова-Мосолова?

10. Формулировки задач, рассматриваемых в главах 2–4, даны в главе 1. Главы 2–4 начинаются «с места в карьер». Читатель должен приложить немало усилий, чтобы разобраться, какие именно уравнения теперь исследуются.

Соответствие автореферата и публикаций автора требованиям Положения о порядке присуждения учёных степеней. Автореферат правильно отражает содержание диссертационной работы. Основные результаты опубликованы в рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК РФ. Количество публикаций в рецензируемых изданиях (5 штук) является достаточным в соответствии с требованиями Положения о порядке присуждения учёных степеней.

Общее заключение. Автором диссертации выполнено законченное научное исследование чрезвычайно сложной и актуальной научной проблемы, представляющей также и несомненный прикладной интерес. Сделанные замечания не могут повлиять на общую положительную оценку работы. Считаю, что работа А.А. Лаптевой удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ

и Положения о порядке присуждения учёных степеней к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 — механика деформируемого твердого тела, а ее автор Анастасия Александровна Лаптева несомненно **заслуживает** присвоения этой ученой степени.

к.ф.-м.н., в.н.с. ИПМаш РАН

С.Н. Гаврилов

ИПМаш РАН, В.О., Большой пр. 61, С.-Петербург, 199178

Тел. (812) 3214778

E-mail: serge.gavrilov@gmail.com



Гаврилова С.Н.

ПОМОЩНИК ДИРЕКТОРА
СЕРОГО Е.В.

2014 г.