

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева»

Центр дополнительного образования



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

М. 3.3

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Дополнительная профессиональная программа

Теория и методика обучения математике

профессиональная переподготовка
(вид программы (повышение квалификации, профессиональная переподготовка))

Чебоксары
2017

Содержание

1. Планируемые результаты обучения дисциплины	3
2. Учебно-тематический план освоения дисциплины	3
2.1 Содержание разделов дисциплины	3
2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины	5
3. Список рекомендуемых источников	5
3.1 Основная и дополнительная литература	5
3.2 Ресурсы сети Интернет	6
4. Фонд оценочных средств	6

1. Планируемые результаты обучения дисциплины

Цель дисциплины – обучение основам математического анализа для формирования у слушателей представления о математике как особом методе познания природы, осознания общности математических понятий и моделей, приобретения навыков логического мышления и оперирования абстрактными математическими объектами; воспитание высокой математической культуры. Математический анализ – важнейший базовый курс, целями которого является закладка фундамента математического образования.

Задачи дисциплины:

- добиться четкого, ясного понимания основных объектов исследования и понятий математического анализа;
- продемонстрировать возможности методов математического анализа для решения задач фундаментальной и прикладной математики;
- привить точность и обстоятельность аргументации в математических рассуждениях;
- сформировать высокий уровень математической культуры, достаточный для понимания и усвоения последующих курсов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- точные формулировки определений основных понятий в соответствии с программой дисциплины математического анализа;
- точные формулировки теорем в соответствии с программой дисциплины математического анализа;
- логическую последовательность расположения определений и теорем;
- идеи доказательства основных теорем дисциплины математического анализа.

Уметь:

- приводить примеры и контрпримеры к основным определениям и теоремам дисциплины математического анализа;
- безошибочно выполнять все вычислительные операции, связанные с различными алгоритмами дисциплины математического анализа;
- решать стандартные задачи дисциплины математического анализа;
- доказывать основные теоремы дисциплины математического анализа.

Владеть:

- основными вычислительными алгоритмами;
- приемами решения вычислительных задач;
- навыками решения задач на доказательство;
- навыками доказательств основных теорем;
- навыками поиска решения задач или доказательства теорем.

2. Учебно-тематический план освоения дисциплины

2.1 Содержание разделов дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Введение в математический анализ	Множество R действительных чисел. Изображение действительных чисел на прямой. Модуль действительного числа. Ограниченные и неограниченные множества. Промежутки. Функции и их общие свойства. Композиция функций. Обратимая функция. Обратная функция. Сужение функции. Действительная функция действительной переменной. График функции. Арифметические действия над	контрольная работа №1, расчетно-графическая работа №1

		<p>функциями. Числовые последовательности. Подпоследовательности.</p> <p>Понятие предела последовательности и функции. Предел отношения синуса к аргументу, стремящемуся к нулю. Единственность предела. Предел суммы, произведения и частного. Предел композиции функций. Предельный переход в неравенствах. Односторонние пределы. Бесконечно малые и их сравнение. Бесконечно большие. Непрерывность множества R. Верхняя и нижняя грани числового множества. Принцип вложенных отрезков. Предел монотонной последовательности. Бесконечные десятичные дроби. Число e и связанные с ним пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность композиции функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва. Пределы и точки разрыва монотонной функции. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Непрерывность обратной функции. Ограниченность, наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке. Понятие равномерно непрерывной функции. Равномерная непрерывность непрерывной функции на отрезке.</p>	
2	Дифференциальное исчисление для функций одной переменной	<p>Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения и частного. Производная и дифференциал композиции функций. Производная обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.</p> <p>Параметрически заданные функции и их дифференцирование. Параметрически заданные кривые. Векторнозначные функции действительной переменной и их дифференцирование. Касательная к кривой. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталля. Формула Тейлора. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции в точке и на промежутке. Максимум и минимум. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия максимума и минимума. Нахождение наибольших и наименьших значений. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Применение дифференциального исчисления к построению графиков функций.</p>	<p>контрольная работа №2, расчетно-графическая работа №2</p>
3	Интегральное исчисление для функций одной переменной	<p>Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопре-</p>	<p>контрольная работа №3, расчетно-</p>

		деленного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных и трансцендентных функций. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегрируемость функции и определенный интеграл. Нижние и верхние суммы ограниченной функции. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Интегрируемость монотонной функции. Интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Существование первообразной функции. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям и заменой переменной. Интегральное определение логарифма. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Принцип Кавальери. Вычисление объема тела вращения. Вычисление длины гладкой дуги. Дифференциал длины дуги. Вычисление площади поверхности вращения. Приложения определенного интеграла в физике	графическая работа №2
--	--	---	-----------------------

2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				СР
		Всего	Аудиторная работа			
			Л	ПЗ	ДОТ	
1	Введение в математический анализ	6		2		4
2	Дифференциальное исчисление для функций одной переменной	14	2	2	4	6
3	Интегральное исчисление для функций одной переменной	10		2	2	6
<i>Экзамен</i>						
Итого		30	2	6	6	16

3. Список рекомендуемых источников

3.1 Основная и дополнительная литература

Основная литература

1. Туганбаев, А. А. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие. Ч. 1 : Передель / А. А. Туганбаев. – Москва : Флинта, 2011. – 54 с. – Режим доступа: <http://ibooks.ru/>.
2. Туганбаев, А. А. Математический анализ. Интеграл [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. – Москва : Флинта, 2011. – 76 с. – Режим доступа: <http://ibooks.ru/>.
3. Туганбаев, А. А. Математический анализ. Производные и графики функций [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. – Москва : Флинта, 2012. – 91 с. – Режим доступа: <http://ibooks.ru/>.

4. Туганбаев, А. А. Математический анализ. Ряды [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. – Москва : Флинта, 2011. – 40 с. – Режим доступа: <http://ibooks.ru/>

Дополнительная литература

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Т. I / Г. М. Фихтенгольц. – СПб. : Лань, 2008. – 440 с.
2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Т. II / Г. М. Фихтенгольц. – СПб. : Лань, 2008. – 463 с.
3. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа / А. Ф. Бермант. – СПб. : Лань, 2010. – 736 с.
4. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. – СПб. : Лань, 2007. – 604 с.
5. Сборник задач по математическому анализу : [учеб. пособие]. Т.1. : Предел ; Непрерывность ; Дифференцируемость. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 495 с.

3.2 Ресурсы сети Интернет

1. Коллекция цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) (<http://scholcollection.edu.ru/>);
2. Ресурсы Интернет для проведения текущего и итогового контроля знаний (<http://exam.ru/>);
3. Математические пакеты прикладных программ (Grafer, Математический конструктор – программная среда для построения и изучения графиков функций).

4. Фонд оценочных средств

Во время текущей аттестации оценивается работа на лекционном и практическом занятиях, сдача контрольных и расчетно-графических работ.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Вариант – 1

1. Решить уравнение $|2 + x| + 4x = 3$.
2. Решить неравенства: $\|2x - 19| - 15| \leq 4$.
3. Найти область определения функции $y = \frac{\sqrt{x^2 - 6x}}{\ln(4 + x)}$.
4. Построить график функции: а) $y = |2x - 6| + |x|$, б) $y = ||x + 1| - 2|$.
5. Найти предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8x}{x^2 - 4x + 4}$;	б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{2x - 3}$;	в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{\sqrt{5x + 1} - 4}$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{\cos 2x - \cos^3 2x}$;	д) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} 3x}{e^{\operatorname{im} x} - 1}$;	е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x + 1} \right)^{4x}$.

Вариант – 2

1. Решить уравнение $|3x - |4x - 2|| = 1$.
2. Решить неравенства: $\|2x - 7| - 17| \leq 12$.
3. Найти область определения функции $y = \frac{\sqrt{8x - x^2}}{\ln(2x - 4)}$.
4. Построить график функции: а) $y = |4 - x| + |x + 3|$, б) $y = ||x - 3| - 1|$.

5. Найти предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^2 - 2x + 4}{3x^2 - 4x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + x^2 + 1}{3 - \sqrt{2 + x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{x^2(1 - e^{2x})}$; д) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin 2\pi x}$; е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x-1}{4x+1}\right)^{2x}$.

Контрольная работа №2

Вариант - 1

- Найти производную функции $y = \sqrt{3 - 4x^2}$ по определению.
- Найти производную функции $y = (\sin 4x)^{x^2}$.
- Найти дифференциал функции $y = \sqrt{x} - (1 + x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.
- Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для функций:
 а) $y^2 - x^4 = \cos 2y$; б) $x = \frac{\ln t}{t}$, $y = t^2 \ln t$.
- Составить уравнение касательной к кривой $y = 2x + \frac{1}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.
- Закон движения материальной точки $s = 2t^5 - 6t^3 - 58$. Найти скорость ее движения в момент времени $t = 2$ с.

Вариант - 2

- Найти производную функции $y = \sqrt{1 + 6x^2}$ по определению.
- Найти производную функции $y = (\cos 6x)^{x^3}$.
- Найти дифференциал функции $y = \cos x \cdot \ln(\operatorname{tg} x) - \ln(\operatorname{tg} \frac{x}{2})$.
- Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для функций:
 а) $y^3 + x^6 = \sin 9y$; б) $x = \arcsin t$, $y = \sqrt{1 - t^2}$.
- Составить уравнение касательной к кривой $y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 64$.
- Закон движения материальной точки $s = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 - 11t + 2$. В какой момент времени скорость ее движения будет равна 10%?

Контрольная работа №3

Вариант - 1

Найти неопределенные интегралы:

1. $\int (8e^{2x+3} - 12 \cos 6x + 3 \sin \frac{x}{3}) dx$. 2. $\int \frac{4x^2 - 5x - 3}{(2x-1)(x^2+2)} dx$.
 3. $\int x e^{-4x} dx$. 4. $\int \frac{dx}{3 - \sin x + 2 \cos x}$. 5. $\int \frac{(x-1) dx}{x\sqrt{3x-2}}$.

Вариант - 2

Найти неопределенные интегралы:

1. $\int (4 \sin 2x + 4 \cos \frac{x}{4} - 15e^{5x-4}) dx$. 2. $\int \frac{7-x-5x^2}{(3x+2)(x^2+5)} dx$.
 3. $\int x e^{-8x} dx$. 4. $\int \frac{dx}{5 + 2 \sin x + 3 \cos x}$. 5. $\int \frac{(x+3) dx}{x\sqrt{2x-3}}$.

Литература, в которой размещены расчетно-графические работы

Расчетно-графическая работа №1

1. Рыбакова Г.И. Сборник индивидуальных заданий по математическому анализу. Часть 1 : учеб.-метод. пособие. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2016. – 48 с.

Расчетно-графическая работа №2

2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие. – СПб. : Издательство «Лань», 2008. – 240 с.

Промежуточная аттестация по дисциплине включает экзамен.

Список вопросов к зачету

№ п/п	Формулировка вопроса
1	2
1.	Множество действительных чисел. Изображение действительных чисел на прямой.
2.	Абсолютная величина действительного числа и ее свойства.
3.	Ограниченные и неограниченные множества.
4.	Промежутки.
5.	Понятие функции. Способы задания функции.
6.	Композиция функций. Сужение функции. Действ. функция действ. переменной.
7.	Арифметические действия над функциями.
8.	Обратная функция. Обратимая функция.
9.	Окрестность точки множества R и ее свойства.
10.	Предельные точки множества.
11.	Понятие предела функции. Единственность предела.
12.	Числовые последовательности и подпоследовательности. Предел числовой последовательности.
13.	Предельный переход в неравенствах.
14.	Первый замечательный предел.
15.	Бесконечно малые и их свойства.
16.	Предел суммы, произведения, модуля функций, имеющих конечные пределы.
17.	Предел частного функций, имеющих конечные пределы.
18.	Беззначная бесконечность. Бесконечно большие.
19.	Сравнение бесконечно малых.
20.	Композиция функций. Предел композиции функций.
21.	Односторонние пределы.
22.	Непрерывность множества R.
23.	Верхняя и нижняя грани числового множества.
24.	Предел монотонной последовательности.
25.	Принцип вложенных отрезков.
26.	Число e и связанные с ним пределы.
1	2

27.	Определение предела по Гейне.
28.	Непрерывность функции в точке.
29.	Непрерывность суммы, произведения и частного.
30.	Непрерывность композиции функций.
31.	Односторонняя непрерывность.
32.	Точки разрыва функций.
33.	Предел монотонной функции.
34.	Точки разрыва монотонной функции.
35.	Теорема о промежуточном значении непрерывной функции.
36.	Теорема Больцано – Вейерштрасса.
37.	Ограниченность непрерывной функции на отрезке.
38.	Достижение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке.
39.	Понятие равномерной непрерывности.
40.	Равномерная непрерывность непрерывной функции на отрезке.
41.	Непрерывность обратной функции.
42.	Дифференцируемость функции. Производная.
43.	Геометрический и механический смысл производной. Касательная к графику функции.
44.	Непрерывность дифференцируемой функции.
45.	Дифференцирование суммы и произведения функций.
46.	Дифференцирование частного функций.
47.	Производная и дифференциал композиции функций.
48.	Производная обратной функции.
49.	Производные основных элементарных функций.
50.	Логарифмическое дифференцирование.
51.	Производные и дифференциалы высших порядков.
52.	Параметрически заданные функции и их дифференцирование.
53.	Параметрически заданные кривые. Векторно-значные функции действительной переменной и их дифференцирование.
54.	Теорема Ферма. Теорема Ролля.
55.	Теорема Лагранжа. Теорема Коши.
56.	Правило Лопиталья.
57.	Условия монотонности функции.
58.	Понятие максимума и минимума функции. Необходимое условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
59.	Достаточные условия экстремума функции.
60.	Выпуклые функции.
61.	Точки перегиба.
62.	Асимптоты графика функции. Построение графика функции.
63.	Первообразная функция и неопределенный интеграл.
64.	Свойства неопределенного интеграла.
65.	Интегрирование заменой переменной в неопределенном интеграле.
66.	Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям.
67.	Интегрирование рациональных функций.
68.	Интегрирование некоторых иррациональных функций.
69.	Интегрирование дифференциального бинома.
70.	Подстановки Эйлера.
71.	Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
1	2

72.	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
73.	Понятие определенного интеграла и его геометрический смысл.
74.	Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции.
75.	Интегрируемость непрерывной функции.
76.	Интегрируемость монотонной функции.
77.	Свойства определенного интеграла.
78.	Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
79.	Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.
80.	Интегральное определение логарифма.
81.	Площадь плоской фигуры в декартовых координатах.
82.	Площадь плоской фигуры в полярных координатах.
83.	Объем тела. Принцип Кавальери.
84.	Объем тела вращения.
85.	Длина дуги плоской кривой.
86.	Дифференциал дуги. Дифференциал дуги как параметр.
87.	Площадь поверхности вращения.

Примерный вариант теста на экзамене

№ 1. Окрестностью точки $x_0 = 4$ является интервал...

- 1) $(-5; 5)$ 2) $(4; 5)$ 3) $(2; 6)$ 4) $(0; 4)$

№ 2. Областью определения функции $y = \arcsin \frac{x}{2}$ является...

- 1) $[-1; 1]$ 2) $[-2; 2]$ 3) $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$ 4) $[0; 2]$

№ 3. Предел числовой последовательности рассматривается при условии...

- 1) $|x| > M$ 2) $n \in \mathbb{N}, n > n_0$ 3) $n \in \mathbb{N}, n < n_0$ 4)

$n \in \mathbb{N}, n \rightarrow 0$

№ 4. Равенство $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ означает...

- 1) $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x \in D_f, 0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - a| < \varepsilon$
 2) $\forall c \in \mathbb{R} \exists \delta > 0 : \forall x \in D_f, 0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow f(x) > c$
 3) $\forall c \in \mathbb{R} \exists \delta > 0 : \forall x \in D_f, 0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow f(x) < c$
 4) $\forall \varepsilon > 0 \exists d \in \mathbb{R} : \forall x \in D_f, x > d \Rightarrow |f(x) - a| < \varepsilon$

№ 5. Функция $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ в окрестности нуля является...

- 1) бесконечно малой величиной
 2) бесконечно большой величиной
 3) ни тем, ни другим

№ 6. Функция $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ в окрестности бесконечности является...

- 1) бесконечно малой величиной
 2) бесконечно большой величиной
 3) ни тем, ни другим

№ 7. Значение предела $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 - n^3}{2n^3 - n + 2}$ равно...

- 1) $-\infty$ 2) 0 3) $-\frac{1}{2}$ 4) $+\infty$

- № 8. Значение предела $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^3 - n^2}{n^2 - 2n + 3}$ равно...
- 1) $-\infty$ 2) 0 3) -2 4) $+\infty$
- № 9. Значение предела $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3 + n^2}{2 - n^3 + n^4}$ равно...
- 1) $-\infty$ 2) 0 3) -3 4) $+\infty$
- № 10. Значение предела $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$ равно...
- 1) 0 2) $\frac{1}{2}$ 3) 1 4) $+\infty$
- № 11. Значение предела $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{n})^{2n}$ равно...
- 1) \sqrt{e} 2) e^2 3) e^4 4) e^8
- № 12. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^3 + 8}$ равно...
- 1) 0 2) $\frac{1}{6}$ 3) $-\frac{1}{6}$ 4) ∞
- № 13. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+6}{x^2-3x}$ равно...
- 1) 0 2) -2 3) 2 4) ∞
- № 14. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{1 - x^2}$ равно...
- 1) 0 2) $-\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) ∞
- № 15. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+6x} - 1}{x}$ равно...
- 1) $-\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{6}$ 3) -3 4) 3
- № 16. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 6x}$ равно...
- 1) $\frac{1}{3}$ 2) 2 3) 6 4) 12
- № 17. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{x^3 + 8x^2}$ равно...
- 1) $\frac{1}{2}$ 2) 1 3) 2 4) 4
- № 18. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x-1} \right)^{2x}$ равно...
- 1) \sqrt{e} 2) e^2 3) e^{-1} 4) e
- № 19. Сравнить бесконечно малые $\alpha(x) = x^2$ и $\beta(x) = \ln(1+4x)$ в точке $x_0 = 0$.
- 1) одного порядка, но не эквивалентны
 2) эквивалентные
 3) $\alpha(x)$ более высшего порядка, чем $\beta(x)$
 4) $\beta(x)$ более высшего порядка, $\alpha(x)$

№ 20. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} x & \text{при } x < 1, \\ \frac{1}{x} & \text{при } 1 \leq x < 4, \\ x-1 & \text{при } x \geq 4. \end{cases}$

- 1) непрерывна всюду на числовой прямой

- 2) $x = 1$ – точка разрыва второго рода
 3) $x = 4$ – точка разрыва второго рода
 4) $x = 4$ – точка разрыва первого рода

№ 21. Производная функции $y = \sqrt{x^2 + 1}$ равна...

- 1) $\sqrt{2x+1}$ 2) $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ 3) $\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ 4) $\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$

№ 22. Производная второго порядка функции $y = x^2 \ln x$ равна...

- 1) $2 \ln x + 3$ 2) 0 3) $2 \ln x + 1$ 4) $2 \ln x$

№ 23. Закон движения материальной точки $s = 3t^4 - t^3 + 4t^2 + 6$. Скорость ее движения в момент времени $t = 2c$ равна...

- 1) 28 м/с 2) 52 м/с 3) 68 м/с 4) 100 м/с

№ 24. Уравнение касательной к графику функции $y = x + \sqrt{x}$ в точке (1;2) имеет вид

- 1) $2x - y = 0$ 2) $x + 2y - 5 = 0$ 3) $3x - 2y + 1 = 0$ 4) $2x - 3y + 4 = 0$

№ 25. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln^2 x}{x-1}$ равен

- 1) -1 2) 0 3) 1 4) 3

№ 26. Найти точки экстремума функции $y = -x^2 \sqrt{x^2 + 2}$

- 1) $x = 0$ – точка минимума 2) $x = -1$ – точка минимума
 3) $x = 0$ – точка максимума 4) $x = -1$ – точка максимума

№ 27. Количество точек экстремума функции $y = x^3(4-x)$ равно...

- 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

№ 28. Наибольшее значение функции $y = \ln(x^2 - 2x + 2)$ на отрезке $[-1; 2]$ равно

- 1) $\ln 2$ 2) $\ln 5$ 3) $3 \ln 2$ 4) 0

№ 29. Множество первообразных для функции $f(x) = 4x^3$ имеет вид...

- 1) $4x^4 + C$ 2) $x^3 \ln x + C$ 3) $x^4 + C$ 4) $12x^2 + C$

№ 30. Неопределенный интеграл $\int \sin 3x dx$ равен ...

- 1) $C + 3 \cos 3x$ 2) $C - \frac{1}{3} \cos 3x$ 3) $C + \frac{1}{3} \cos 3x$ 4) $C - 3 \cos 3x$

№ 31. Неопределенный интеграл $\int \frac{x dx}{x+2}$ равен ...

- 1) $x - 2 \ln|x+2| + C$ 2) $\frac{1}{2} x^2 \ln|x+2| + C$
 3) $x + 2 \ln|x+2| + C$ 4) $2x \ln|x+2| + C$

№ 32. Неопределенный интеграл $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 4}$ равен

- 1) $\ln(e^{2x} + 4) + C$ 2) $\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{e^{2x}}{2} + C$
 3) $\frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 4) + C$ 4) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} + C$

№ 33. Определенный интеграл $\int_0^1 (2-x)^2 dx$ равен ...

- 1) $\frac{10}{3}$ 2) $\frac{7}{3}$ 3) -4 4) $\frac{1}{3}$

№ 34. Определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} x \sin x dx$ равен

- 1) $1 - \pi/2$ 2) $\pi/2 \ln 5$ 3) $1 + \pi/2$ 4) 0

№ 35. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x/2$ и $y = \sqrt{x}$, равна

- 1) $2/3$ 2) 1 3) $4/3$ 4) $3/2$

*Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» /сост. Т.И. Рыбакова,
– Чебоксары: ЧГПУ им. И. Я. Яковлева, 2017. – 14 с.*

*Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины
«Математический анализ» слушателям, обучающимся по программе профессиональной
переподготовки «Теория и методика обучения математике».*

Составитель  Т.И. Рыбакова
(подпись)

*Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры
математического анализа, алгебры и геометрии, протокол № 1 от 24.08.2017.*

Заведующий кафедрой  Т.И. Рыбакова

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева»

Центр дополнительного образования



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

М. 3.4

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Дополнительная профессиональная программа

Теория и методика обучения математике

профессиональная переподготовка
(вид программы (повышение квалификации, профессиональная переподготовка))

Чебоксары
2017

Содержание

1. Планируемые результаты обучения дисциплины	3
2. Учебно-тематический план освоения дисциплины	4
2.1 Содержание разделов дисциплины	4
2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины	4
3. Список рекомендуемых источников	4
3.1 Основная и дополнительная литература	4
3.2 Ресурсы сети Интернет	5
4. Фонд оценочных средств	5

1. Планируемые результаты обучения дисциплины

Дисциплина «Теория чисел» является одной из важнейших фундаментальных общеобразовательных дисциплин. Изучение теории чисел является составной частью подготовки бакалавра и имеет следующую основную *цель* – формирование систематизированных знаний и умений в области теории чисел.

Задачи дисциплины:

- вооружить слушателя программы теоретическими знаниями по основополагающим разделам теории чисел;
- ознакомить обучающихся с основными методами решения задач;
- выработать у обучающихся умения и навыки решать стандартные задачи курса;
- формировать у обучающихся умения и навыки самостоятельно расширять математические знания и применять их в практической работе;
- формировать четкую, логически правильную речь;
- развивать логическое и алгоритмическое мышление;
- повышать общий уровень математической культуры;
- прививать обучающимся умения самостоятельно изучать учебную литературу по математике.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- историю развития арифметики и теории чисел;
- основополагающие факты элементарной теории чисел, лежащие в основе построения всей математики (основная теорема арифметики, бесконечность множества простых чисел и др.);
- современные приложения теории чисел.

Уметь:

- решать основные типы теоретико-числовых задач (делимость целых чисел, арифметические функции, простые числа, сравнения, арифметические приложения теории сравнений);
- реализовывать классические арифметические, теоретико-числовые и комбинаторные алгоритмы при решении практических задач;
- применять полученные знания при решении практических задач профессиональной деятельности.

Владеть:

- навыками решения основных типов теоретико-числовых задач;
- основными теоретико-числовыми методами;
- базовыми приемами современных теоретико-числовых приложений;
- классическими арифметическими теоретико-числовыми и комбинаторными алгоритмами;
- основными приемами комбинаторного анализа;
- основными вычислительными алгоритмами;
- навыками поиска решения задачи;
- навыками работы с математической литературой.

2. Учебно-тематический план освоения дисциплины

2.1 Содержание разделов дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Элементы теории чисел	Разложение чисел на простые множители. Делители целого числа. Теорема о существовании и единственности НОД, основные свойства НОД. Теорема о существовании и единственности НОК, основные свойства НОК. Простые и взаимно простые числа. Делители целого числа. Число и сумма натуральных делителей числа. Алгоритм Евклида. Конечные цепные дроби	контрольная работа №1
2	Элементы теории сравнений	Определение и основные свойства сравнений в кольце целых чисел. Действия над сравнениями. Полная система вычетов. Аддитивная группа классов вычетов. Кольцо классов вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Степень и число решений сравнения. Сравнения первой степени. Метод Эйлера. Решение сравнений первой степени в общем случае. Диофантово уравнение.	контрольная работа №2

2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			СР
Л	ПР		ДОТ			
1	Элементы теории чисел	12	2	2	8	
2	Элементы теории сравнений	14		2	4	8
<i>Зачет</i>						
Итого		26	2	4	4	16

3. Список рекомендуемых источников

3.1 Основная и дополнительная литература

Основная литература

1. Балюкевич, Э. Л. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Э. Л. Балюкевич. – Москва : ЕАОИ, 2011. – 278 с. – Режим доступа: <http://ibooks.ru/>.

2. Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. – Москва : Флинта, 2012. – 464 с. – Режим доступа: <http://ibooks.ru/>

Дополнительная литература

1. Алгебра и теория чисел : учеб. пособие для студентов-заочников 2 курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов. [Ч. 3] / Н. А. Казачек [и др.] ; под ред. Н. Я. Виленкина. – 2-е изд. – М. : Просвещение, 1984. – 192 с.

2. Бухштаб, А. А. Теория чисел : учеб. пособие [для вузов] / А. А. Бухштаб. – Изд. 3-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 384 с.

3. Виноградов, И. М. Основы теории чисел : учеб. пособие [для вузов] / И. М. Виноградов. – Изд. 12-е, стер. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. – 176 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классическая учебная литература по математике).

4. Виноградов, И. М. Основы теории чисел : [учеб. для ун-тов по спец. "Математика"] / И. М. Виноградов. – 9-е изд., перераб. – М. : Наука, 1981. – 176 с.

5. Копылов, В. И. Курс лекций по теории чисел : [учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ун-та] / В. И. Копылов. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2009. – 144 с.

3.2 Ресурсы сети Интернет

1. Коллекции цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) (<http://schol-collection.edu.ru>);

2. Ресурсы Интернет для проведения текущего и итогового контроля знаний (<http://i-exam.ru>);

Математические пакеты прикладных программ (Grafer, Математический конструктор – программная среда для построения и изучения графиков функций).

4. Фонд оценочных средств

Во время текущей аттестации оценивается работа на лекционных и практических занятиях, выполнение контрольных работ и расчетно-графической работы.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

1. Найти НОД и НОК чисел 1989, 2295, 3876.

2. а) Данное число $\frac{382}{225}$ представить в виде цепной дроби; б) найти все подходящие дроби и для каждой подходящей дроби оценить погрешность приближения данного числа подходящей дробью.

3. а) Найти основание x системы счисления, если $67 = 232_x$;

б) в найденной системе счисления вычислить

$$\frac{1011 + 224 \cdot 41}{214} - \frac{132 + 21 \cdot 23}{122};$$

в) полученный результат представить в десятичной системе счисления.

Контрольная работа №2

1. а) доказать, что данная система $S = \{-41, -33, 18, -2, 0, 4, 20, 23, 41, 57\}$ образует полную систему вычетов по модулю $m = 12$;

б) в системе S найти приведенную систему вычетов по модулю $m = 12$;

в) какому классу вычетов принадлежит число $a = 13^{13} + 17^{17}$ по тому же модулю?

г) найти последнюю цифру числа $a = 13^{13} + 17^{17}$ в десятичной системе счисления;

д) вычислить значение выражения $f = \frac{\varphi(969)}{\varphi(1989)}$.

2. Решите сравнения $15x \equiv 7 \pmod{22}$

3. Найти решение уравнения в целых числах $3x + 6y = 21$.

Промежуточная аттестация по дисциплине включает зачет.

Список вопросов к зачету

№ п/п	Формулировка вопроса
1	2
1.	Простые и взаимно простые числа
2.	Разложение целых чисел на простые множители

3.	Делители целого числа
1	2
4.	Число натуральных делителей числа
5.	Сумма натуральных делителей числа
6.	Бесконечность множества простых чисел. Теорема Евклида
7.	Решето Эратосфена
8.	Определение наибольшего общего делителя
9.	Теорема о существовании и единственности НОД
10.	Основные свойства НОД
11.	Взаимно простые числа
12.	Определение наименьшего общего кратного
13.	Теорема о существовании и единственности НОК
14.	Основные свойства НОК
15.	Алгоритм Евклида
16.	Конечные цепные дроби
17.	Определение системы счисления. Теорема существования и единственности
18.	Арифметические операции над целыми систематическими числами
19.	Перевод чисел из одной системы счисления в другую
20.	Действия над сравнениями
21.	Полная система вычетов
22.	Определение приведенной системы вычетов
23.	Функция Эйлера
24.	Теоремы Эйлера и Ферма
25.	Степень и число решений сравнения
26.	Сравнения первой степени. Метод Эйлера
27.	Решение сравнений первой степени в общем случае

Примерный вариант теста для зачета

- Наибольший общий делитель чисел 250 и 600 равен:

1. 25;	2. 36;	3. 50;	4. 100.
--------	--------	--------	---------
- Наименьшее общее кратное чисел 250 и 600 равно:

1. 5000;	2. 3000;	3. 4000;	4. 1200.
----------	----------	----------	----------
- Из чисел 507, 511, 513, 517 простым является число:

1. 507;	2. 513;	3. 517;	4. 511.
---------	---------	---------	---------
- Из чисел 231, 429, 113, 107 составными являются числа:

1. 231;	2. 429;	3. 113;	4. 107.
---------	---------	---------	---------
- В каноническое разложение числа 1890 входит простое число

1. 7;	2. 11;	3. 3;	4. 5.
-------	--------	-------	-------
- Сумма ____ ($n = ?$) последовательных натуральных чисел делится на 3.
- Установите соответствие между примерами в троичной системе счисления и их решениями:

1. $22 + 21$;	а). 2;
2. $22 - 20$;	б) 120;
3. $201 - 222$;	в) 1200;
4. $211 - 12$.	г) 122.
- Установите соответствие между примерами в троичной системе счисления и их решениями:

1. $22 \cdot 21$; а). 200022;
 2. $22 \cdot 20$; б) 2002;
 3. $201 \cdot 222$; в) 1210;
 4. $211 \cdot 12$. г) 10002.

9. Расположите в порядке возрастания суммы классов вычетов по модулю $m = 9$:

1. $\bar{5} + \bar{7}$; 2. $\bar{11} + \bar{13}$; 3. $\bar{13} + \bar{15}$; 4. $\bar{26} + \bar{14}$.

10. Расположите в порядке возрастания произведения классов вычетов по модулю $m = 9$:

1. $\bar{6} \cdot \bar{7}$; 2. $\bar{11} \cdot \bar{13}$; 3. $\bar{13} \cdot \bar{15}$; 4. $\bar{26} \cdot \bar{14}$.

11. 8, 17, 26, 35, 44, 53, 62, 71 это полная система вычетов по модулю $m = ?$

12. Расположите в правильном порядке значения функции Эйлера $\varphi(n)$ в точках $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

1. 1, 1, 2, 1, 4, 2; 2. 1, 2, 1, 4, 2, 1; 3. 2, 1, 4, 2, 1, 1; 4.
 1, 4, 2, 1, 1, 1.

13. Установите соответствие между сравнениями и их решениями:

- | | |
|------------------------------|----------------------------|
| 1) $7x \equiv 1 \pmod{3}$; | а) $x \equiv 2 \pmod{3}$; |
| 2) $7x \equiv 1 \pmod{4}$; | б) $x \equiv 1 \pmod{4}$; |
| 3) $11x \equiv 2 \pmod{5}$; | с) $x \equiv 3 \pmod{5}$; |
| 4) $5x \equiv 2 \pmod{6}$; | д) $x \equiv 4 \pmod{6}$. |

14. Установите соответствие между столбцами значений функции Эйлера

- | | |
|-------------------|-------|
| 1. $\varphi(5)$, | 1. 8, |
| 2. $\varphi(6)$, | 2. 4, |
| 3. $\varphi(9)$, | 3. 2, |
| 4. $\varphi(15)$ | 4. 6. |

15. Если p – простое число, то значение $\varphi(p)$ функции Эйлера равно

1. p ; 2. $p + 1$; 3. $p - 1$; 4. p^2 .

16. Функция Эйлера $\varphi(n)$ мультипликативна, т. е. для любых взаимно простых натуральных чисел n_1, n_2 справедливо равенство

1. $\varphi(n_1 + n_2) = \varphi(n_1) \cdot \varphi(n_2)$; 2. $\varphi(n_1 - n_2) = \varphi(n_1 \cdot n_2)$;
 3. $\varphi\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = \varphi(n_1 \cdot n_2)$; 4. $\varphi(n_1 \cdot n_2) = \varphi(n_1)\varphi(n_2)$.

17. Записать следующее предложение в виде сравнения: «Остаток от деления числа $2x - 3$ на 5 равен 2»

Ответ: _____

18. Сравнение $2x \equiv 5 \pmod{10}$ имеет

- а) единственное решение б) два решения
 в) не имеет решений г) пять решений

19. Найти последнюю цифру числа 7^{14}

Ответ: _____

20. Приведенная система вычетов по модулю $m = 10$ имеет вид

- а) $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ б) $\{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$
 в) $\{0; 1; 3; 7; 9\}$ г) $\{1; 3; 7; 9\}$

21. Какие числа сравнимы между собой по модулю 3

- а) 13 б) -10 в) 35 г) 16

22. Какое из сравнений равносильно сравнению $10 \equiv 3 \pmod{7}$

- а) $13 \equiv 3 \pmod{7}$ б) $10^3 \equiv 3^3 \pmod{7}$ в) $12 \equiv 5 \pmod{9}$ г) $-10 \equiv -3 \pmod{-7}$

23. Найти остаток от деления числа 13^{2012} на 11

Ответ: _____

24. Найти наименьшее неотрицательное решение неопределенного уравнения первой степени $2x + 3y = 11$

Ответ: _____

Рабочая программа дисциплины «Теория чисел» /сост. В. Г. Ефремов, – Чебоксары: ЧГПУ им. И. Я. Яковлева, 2017. – 9 с.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины «Теория чисел» слушателям, обучающимся по программе профессиональной переподготовки «Теория и методика обучения математике».

Составитель _____  *В. Г. Ефремов*
(подпись)

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, протокол № 1 от 24.08.2017.

Заведующий кафедрой _____  *Т. И. Рыбакова*

© Ефремов В.Г., 2017
© ЧГПУ им. И. Я. Яковлева, 2017

Центр дополнительного образования



1. Планируемые результаты обучения дисциплины	3
2. Учебно-тематический план освоения дисциплины.....	3
2.1 Содержание разделов дисциплины.....	3
2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины.....	4
3. Список рекомендуемых источников.....	5
3.1 Основная и дополнительная литература.....	5
3.2 Ресурсы сети Интернет	5
4. Фонд оценочных средств	5

М. 3.5

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Дополнительная профессиональная программа

Теория и методика обучения математике

профессиональная переподготовка
(вид программы (повышение квалификации, профессиональная переподготовка))

1. Планируемые результаты обучения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются: фундаментальная подготовка в области построения и анализа вероятностных моделей, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в разнообразных приложениях.

Задачи дисциплины:

- добиться четкого, ясного понимания основных объектов исследования и понятий курса;
- продемонстрировать возможности методов математического анализа для решения задач фундаментальной и прикладной математики;
- привить точность и обстоятельность аргументации в математических рассуждениях.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

определения и свойства основных объектов изучения теории вероятностей, а также формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательства, возможные сферы приложений;

уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории вероятностей, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые;

владеть:

разнообразным математическим аппаратом, подбирая сочетания различных методов, для описания и анализа вероятностных моделей.

2. Учебно-тематический план освоения дисциплины

2.1 Содержание разделов дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Основные определения и теоремы теории вероятностей	Пространство элементарных исходов. Случайные события, классификация событий, действия над событиями. σ -алгебра событий, алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности, свойства вероятностей. Вероятностное пространство: дискретное вероятностное пространство (примеры), непрерывное вероятностное пространство (примеры). Условные вероятности, теоремы умножения вероятностей, независимость событий, взаимная независимость событий. Полная группа событий, формула полной вероятности, формулы Байеса. Повторные независимые испытания: схема Бернулли, формула Бернулли, формула Пуассона, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа	контрольная работа №1
2	Случайные величины, случайные процессы, случайные векторы и их числовые характеристики	Отображение пространства элементарных исходов Ω в пространство $\Omega_\xi \in R^k$ ($\Omega \rightarrow \Omega_\xi \in R^k$). Определение случайной величины, случайного вектора, случайного процесса. Дискретная случайная величина (случайный вектор). Распределение вероятностей случайной величины (случайного вектора). Ряд распределения дискретной случайной величины, таблица распределения двумерного дискретного случайного вектора. Функция распределения случайной величины (случайного вектора) и её свойства. Непрерывная (абсолютно непрерывная) случайная вели-	контрольная работа №2

		чина (случайный вектор). Плотность распределения вероятностей случайной величины (случайного вектора) и её свойства. Смешанная случайная величина и её плотность распределения. Случайные процессы и их классификация. Траектории случайного процесса. Одномерный, двумерный и N -мерный законы распределения случайного процесса. Законы распределения компонент случайного вектора и проблема разрешимости обратной задачи. Зависимость и независимость компонент случайного вектора. Условные распределения. Теоремы умножения. Некоторые законы распределения дискретных случайных величин: биномиальное, геометрическое, Пуассона и т.д. Некоторые законы распределения непрерывных случайных величин: нормальное, равномерное, экспоненциальное, логарифмически нормальное и т.д. Многомерный нормальный закон распределения случайного вектора. Математическое ожидание функции от случайных величин и его свойства, моменты случайных величин. Дисперсия, среднее квадратическое отклонение, ковариация и их свойства. Мода, медиана, квантили. Характеристики формы распределения: коэффициент асимметрии, коэффициент эксцесса. Математическое ожидание и ковариационная матрица случайного вектора, случайного процесса. Условные числовые характеристики и их свойства. Ковариационная функция, взаимная ковариационная функция случайного процесса. Коэффициент корреляции случайных величин и его свойства, корреляционная матрица случайного вектора	
3	Основные понятия математической статистики. Предварительная обработка выборочных данных	Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность, случайная (априорная) выборка и её реализация (апостериорная выборка). Выборочное пространство. Закон распределения априорной выборки, априорный вариационный ряд, порядковые статистики, закон распределения некоторых порядковых статистик. Апостериорный вариационный ряд, статистический ряд (дискретный вариационный ряд), интервальный статистический ряд (интервальный вариационный ряд). Эмпирическая функция распределения, эмпирическая плотность распределения и их графическое представление (кумулятивная кривая, гистограмма, полигон)	

2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		
Л	ПЗ		ДОТ		
1	Основные определения и теоремы теории вероятностей	12	2	4	6
2	Случайные величины, случайные процессы, случайные векторы и их числовые характеристики	8	2		6
3	Основные понятия математической статистики. Предварительная обработка выборочных данных	6	2		4
	<i>Зачет</i>				
	Итого	26	2	4	16

3. Список рекомендуемых источников

3.1 Основная и дополнительная литература

Основная литература

1. Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для вузов по направлениям "Мат. методы в экономике" и "Прикл. информатика" и др. эконом. спец. / В. С. Мхитарян, В. Ф. Шишов, А. Ю. Козлов. – Москва : Академия, 2012. – 412 с. : ил.
2. Прохоров, Ю. В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебник / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. – Москва : Моск. гос. ун-т, 2012. – 256 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/>.
3. Севастьянов, Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б. А. Севастьянов. – Москва ; Ижевск : РХД : ИИКИ, 2013. – 272 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/>.
4. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. С. Мхитарян и др. – Москва : Синергия, 2013. – 336 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/>.

Дополнительная литература

1. Андрухаев, Х. М. Сборник задач по теории вероятностей : учеб. пособие для вузов по спец. 010100 "Математика" и 010200 "Прикл. математика и информатика" / Х. М. Андрухаев ; под ред. Солодовникова А. С. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Высш. шк., 2005. – 174 с. : ил.
2. Балдин, К. В. Основы теории вероятностей и математической статистики : учебник : для вузов по спец «Финансы и кредит», «Бух. учет, анализ и аудит», «Менеджмент организации» и др. / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев ; под общ. ред. К. В. Балдина. – Москва : Флинта : МПСИ, 2010. – 487 с. : ил.
3. Боровков, А. А. Математическая статистика : учеб. для вузов / А. А. Боровков. – Изд. 4-е, стер. – Санкт-Петербург и др. : Лань, 2010. – 703 с.
4. Вентцель, Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : учеб. пособие для втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – Изд. 7-е, стер. – Москва : Высш. шк., 2006. – 448 с.
5. Вероятность и случайные величины в примерах и задачах : учеб.-метод. пособие для физ., мат. и техн. спец. и направлений / Чуваш. гос. пед. ун-т ; сост. Н. П. Порфирьев и др. – Чебоксары : ЧГПУ, 2009. – 103 с. : ил.
6. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – Москва : Высш. шк., 2003. – 478 с.

3.2 Ресурсы сети Интернет

1. <http://www.ksu.ru/infres/volodin/> (И.Н.Володин, Казанский ГУ, лекции по теории вероятностей и математической статистике)
2. <http://www.intuit.ru/department/economics/basicstat/> (Видеокурс «Основы математической статистики»)
3. <http://www.nsu.ru/ef/tsy/ecmr/> (эконометрическая страничка)
4. <http://www.nsu.ru/mmff/tvims/chernova/tv/> (Н.И.Чернова, НГУ, семестровый курс лекций о теории вероятностей для студентов экономического факультета)
5. <http://www.nsu.ru/mmff/tvims/chernova/ms/index.html> (Н.И.Чернова, НГУ, семестровый курс лекций по математической статистике для студентов экономического факультета)
1. <http://teorver-online.narod.ru/> (А.Д. Манита, МГУ, Интернет-учебник «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов естественных факультетов).

4. Фонд оценочных средств

Во время текущей аттестации оценивается работа на лекционном и практическом занятиях, сдача контрольных и расчетно-графических работ.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Вариант – 1

1. В денежно-вещевой лотерее на серию в 1000 билетов приходится 120 денежных и 80 вещевых выигрышей? Какова вероятность какого-либо выигрыша на один лотерейный билет?
2. В урне 20 шаров, из них 12 – белые. Из урны вынули 5 шаров. Какова вероятность того, что среди выбранных шаров будет не меньше трех белых?
3. В городе находится 15 продовольственных и 7 непродовольственных магазинов. Случайным образом для приватизации были отобраны 5 магазинов. Найти вероятность того, что среди отобранных магазинов 2 непродовольственных.
4. Игральная кость бросается 2 раза. Найти вероятность того, что в обоих случаях выпадает четное число очков.
5. Имеется продукция в ящиках с четырех оптовых складов: 4 с первого, 5 со второго, 7 с третьего и 9 с четвертого. Случайным образом выбран ящик для продажи. Какова вероятность того, что это будет ящик с первого или четвертого склада?
6. В колоде 36 карт. Наудачу дважды вынимают по одной карте, не возвращая обратно. Найти вероятность того, что обе карты дамы.

Вариант – 2

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 50. Найти вероятность того, что номера первого наудачу извлеченного жетона содержит цифру 5.
2. В урне 20 шаров, из них – 15 белых. Из урны вынули 6 шаров. Какова вероятность того, что среди выбранных шаров будет меньше трех белых?
3. В классе 10 учащихся изучают английский язык, 8 – французский. Наугад составляется группа из 7 человек. Найти вероятность того, что 5 из них изучают английский язык.
4. В колоде 36 карт. Наудачу вынимается одна карта. Найти вероятность того, что будет вынута пика или туз?
5. Имеется 2 ящика, содержащих по 15 деталей. В первом ящике 9, во втором 12 стандартных деталей. Из каждого ящика извлекают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали нестандартные.
6. В коробке 20 одинаковых катушек ниток, из них – 5 катушек с белыми нитками. Дважды вынимают по одной катушке, не возвращая обратно. Найти вероятность того, что обе катушки с белыми нитками.

Контрольная работа №2

Вариант – 1

1. В денежной лотерее выпущено 200 билетов. Разыгрывается 5 выигрыш в 100 руб., 13 выигрышей по 50 руб., 20 выигрышей по 25 руб., 40 выигрышей по 10 руб. Найти закон распределения случайного выигрыша X для владельца одного лотерейного билета. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения, построить ее график.
2. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 4, \\ a(x-1), & \text{если } 4 \leq x \leq 10, \\ 0, & \text{если } x > 10. \end{cases}$$

Найти параметр a , функцию распределения вероятностей $F(x)$, вероятность попадания X в промежутки $(6;8)$.

3. Имеются данные о количестве студентов в группах: 28, 25, 20, 28, 20, 25, 28, 24, 28, 28. Составить статистическое распределение групп по количеству студентов. Найти объем выборки, размах варьирования. Найти характеристики статистического ряда: выборочную среднюю, моду и медиану.

Вариант – 2

1. В урне имеется 6 шаров с номерами от 0 до 5. Вынули 2 шара. Пусть случайная величина X – сумма номеров, вынутых шаров. Найти закон распределения X . Построить многоугольник распределения.

2. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ a(3x+1), & \text{если } 0 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{если } x > 5. \end{cases}$$

Найти параметр a , вероятность попадания X в промежутки $(-1;3)$.

3. Имеются данные о возрасте студентов первого курса одной группы: 17, 18, 17, 19, 20, 20, 17, 18, 19, 17. Составить статистическое распределение возраста студентов группы. Найти объем выборки, размах варьирования. Найти характеристики статистического ряда: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, среднее квадратическое отклонение, медиану.

Промежуточная аттестация по дисциплине включает зачет.

Список вопросов к зачету

№ п/п	Формулировка вопроса
1	2
1.	Что является предметом изучения дисциплины?
2.	Каковы цели и задачи дисциплины?
3.	Какова связь теории вероятностей и математической статистики?
4.	Дать определение пространства элементарных исходов, стохастического эксперимента, события.
5.	Дать определения следующим событиям: достоверное, невозможное, случайное, совместные и несовместные, полная группа событий.
6.	Сформулировать определения и свойства следующих действий над событиями: включение, сумма, произведение, разность, отрицание.
7.	Дать определение дискретного вероятностного пространства и его частного случая – классического вероятностного пространства.
8.	Дать определение непрерывного вероятностного пространства и его частного случая – геометрического вероятностного пространства.
9.	Сформулировать и доказать теоремы сложения вероятностей для совместных и несовместных событий.
10.	Что понимается под схемой Бернулли? Выведите формулу Бернулли.
11.	Вывести формулу нахождения наиболее вероятного числа появления события в схеме Бернулли.
12.	Формула Пуассона: доказательство, условия ее применения.
13.	Дать определение измеримой функции (вектор-функции) и случайной величины (случайного вектора).
14.	Перечислить типы случайных величин.
15.	Дать определение дискретной случайной величины (случайного вектора).
16.	Что представляет собой ряд распределения дискретной случайной величины,

	таблица распределения двумерного дискретного случайного вектора?
17.	Дать определение непрерывной (абсолютно непрерывной) случайной величины (случайного вектора)
18.	Определения стохастического эксперимента, пространства элементарных исходов, события. Примеры экспериментов и событий
19.	Классификация событий, действия над событиями
20.	Аксиоматическое определение вероятности, свойства вероятностей
21.	Дискретное вероятностное пространство
22.	Непрерывное вероятностное пространство
23.	Теоремы умножения вероятностей
24.	Формула полной вероятности, формулы Байеса
25.	Повторные независимые испытания: схема Бернулли, формула Бернулли
26.	Приближенные формулы расчета вероятности $P_n(k)$ в схеме Бернулли
27.	Определение случайной величины, случайного вектора
28.	Определение случайного процесса
29.	Ряд распределения дискретной случайной величины, таблица распределения двумерного дискретного случайного вектора
30.	Функция распределения случайной величины (случайного вектора) и её свойства
31.	Непрерывная (абсолютно непрерывная) случайная величина (случайный вектор)
32.	Случайные процессы и их классификация. Траектории случайного процесса
33.	Условные распределения. Теоремы умножения. Определение независимости компонент случайного вектора
34.	Законы распределения компонент случайного вектора
35.	Законы распределения дискретных случайных величин (биномиальный, Пуассона, геометрический, гипергеометрический)
36.	Законы распределения непрерывных случайных величин (нормальный, экспоненциальный, равномерный, логнормальный)
37.	Функция одного случайного аргумента и её закон распределения
38.	Числовые характеристики случайных величин
39.	Задачи математической статистики
40.	Статистические данные и выборка
41.	Полигон и гистограмма
42.	Числовые характеристики вариационного ряда

Примерный вариант теста на экзамене

Задания	Варианты ответов
Задание на выбор единственного ответа. Заполнить пропуск:	
Ряд всех возможных элементарных событий данного эксперимента называется...	1. Событием 2. Выборочным пространством 3. Исходом 4. Последовательностью событий
Подмножество всех элементарных событий в выборочном пространстве дискретного типа называется...	1. Случайным событием 2. Результатом эксперимента 3. Исходом 4. Набором исходов
Если случайные события А и В не могут появиться вместе, то они называются...	1. Независимыми 2. Несовместными 3. Противоположными

	4. Невозможными
Классический метод определения вероятности используется в случае, если объем выборочного пространства n конечен, и исходы являются...	1. Противоположными 2. Независимыми 3. Невозможными 4. Равновозможными
Статистической вероятностью называют... появление события A	1. Частоту 2. Частость 3. Накопленную частость 4. Накопленную частоту
Если вероятность $P(A)=1$, то событие называется...	1. Невозможным 2. Достоверным 3. Случайным 4. Независимым
Вероятность события A при условии, что произошло событие B называется... вероятностью	1. Безусловной 2. Статистической 3. Классической 4. Условной
Если появление события B не изменяет вероятность события A , то события A и B называются...	1. Несовместными 2. Независимыми 3. Невозможными 4. Достоверными
Числовая функция от исходов эксперимента называется...	1. Функцией исходов 2. Функцией выборочного пространства 3. Случайной функцией 4. Случайной величиной
Случайная величина, которая принимает конечное или бесконечное счетное множество значений, называется...	1. Непрерывной 2. Счетной 3. Дискретной 4. Бесконечной
Случайная величина, которая может принять любое значение из заданного промежутка, называется...	1. Непрерывной 2. Дискретной 3. Счетной 4. Измеряемой
Кривая, изображающая закон распределения для случайной переменной непрерывного типа, является графиком...	1. Вероятности 2. Плотности распределения 3. Функции распределения 4. Распределения
Функция $F(x) = P(X < x)$ называется	1. Вероятностью 2. Случайной функцией 3. Функцией распределения 4. Плотностью распределения
Производная от функции распределения – это ...	1. Случайная функция 2. Функция распределения 3. Плотность распределения 4. Вероятность
Математическое ожидание является характеристикой...	1. Расположения 2. Формы распределения 3. Рассеяния 4. Симметрией
Дисперсия является характеристикой...	1. Расположения

	2. Рассеяния 3. Формы распределения 4. Симметрией
Типичной характеристикой рассеяния случайной величины от ее математического ожидания является...	1. Размах 2. Мода 3. Стандартное отклонение 4. Коэффициент асимметрии
Если случайная величина распределена по биномиальному закону, то эта случайная величина является случайной величиной... типа	1. Дискретного 2. Непрерывного 3. Номинального 4. Порядкового
Если случайная величина распределена по закону Пуассона, то эта случайная величина является случайной величиной... типа	1. Непрерывного 2. Номинального 3. Порядкового 4. Дискретного
Если случайная величина распределена по гипергеометрическому закону, то эта случайная величина является случайной величиной ... типа	1. Номинального 2. Дискретного 3. Непрерывного 4. Порядкового
Если случайная величина распределена по нормальному закону, то эта случайная величина является случайной величиной ... типа	1. Порядкового 2. Номинального 3. Непрерывного 4. Дискретного
Все мыслимые объекты некоторого источника наблюдений называются...	1. Генеральной совокупностью 2. Случайным коллективом 3. Совокупностью объектов 4. Множеством объектов
Значения некоторого свойства, полученные на объектах выбранных из генеральной совокупности случайным образом, называются ...	1. Выборкой 2. Набором значений 3. Совокупностью наблюдений 4. Исходными данными
Если значение некоторого свойства, полученные на объектах, представляют некоторые измерения, то эти значения являются значениями... типа	1. Дискретного 2. Непрерывного 3. Номинального 4. Порядкового
Если значение некоторого свойства, полученные на объектах, представляют некоторые подсчеты, то эти значения являются значениями... типа	1. Непрерывного 2. Номинального 3. Дискретного 4. Порядкового
Выборка наблюдений, представленная в порядке возрастания, называется ...	1. Упорядоченным рядом 2. Вариационным рядом 3. Упорядоченной выборкой 4. Статистическим рядом
Сгруппированный ряд для переменных непрерывного типа называется...	1. Сгруппированной выборкой 2. Таблицей значений 3. Вариационным рядом 4. Интервальной таблицей
Количество наблюдений, попавших в заданный интервал интервальной таблицы, называется...	1. Частотой 2. Частостью 3. Относительной частотой 4. Накопленной частотой

Количество наблюдений, попавших в заданный интервал интервальной таблицы, деленное на объем выборки, называется...	1. Частотой 2. Частостью 3. Накопленной частотью 4. Накопленной частотой
График эмпирического распределения для наблюдений дискретного типа называется...	1. Гистограммой 2. Полигоном 3. Кумулятой 4. Огивой
График эмпирического распределения для наблюдений непрерывного типа называется...	1. Гистограммой 2. Многоугольником 3. Кумулятой 4. Огивой
Первый выборочный момент является...	1. Дисперсией 2. Модой 3. Медианой 4. Средним арифметическим
Среднее арифметическое, полученное по выборке, является оценкой параметра, который называется ...	1. Модой 2. Математическим ожиданием 3. Медианой 4. Дисперсией
Наиболее часто встречающееся наблюдение в выборке называется ...	1. Модой 2. Медианой 3. Коэффициентом асимметрии 4. Средним арифметическим
Квартиль, равный пятидесятому процентилю, является...	1. Модой 2. Средним арифметическим 3. Медианой 4. Коэффициентом асимметрии
Второй выборочный момент является...	1. Выборочной дисперсией 2. Размахом 3. Интерквартильным размахом 4. Стандартным отклонением
Оценка генерального параметра, полученная по выборке, является... величиной	1. Постоянной 2. Случайной 3. Независимой 4. Определенной
Выборочная характеристика, используемая для приближенного значения неизвестного генерального параметра, называется... оценкой	1. Точечной 2. Приближенной 3. Независимой 4. Состоятельной
Для определения доверительной вероятности, необходимо задать...	1. Доверительные границы 2. Точность оценивания 3. Уровень значимости 4. Объем выборки
Чем шире доверительный интервал, тем оценка генерального параметра...	1. Более надежное 2. Менее точное 3. Более точное 4. Менее надежное
Задания на выбор множественных ответов	
Назовите требования к исходам экспери-	1. Несовместности

мента при использовании классического определения вероятности случайного события	2. Независимости 3. Равновозможности 4. Образования полной группы
Укажите аксиомы, введенные Колмогоровым, когда вероятность задается как числовая функция $P(A)$ на множестве всех событий, определяемой данным экспериментом	1. $0 \leq P(A) \leq 1$ 2. $P(A) = 1$, если A -достоверное 3. $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ 4. $P(A+B) = P(A) + P(B)$, A, B несовместны
Какие из формул следует использовать для установления независимости событий A и B	1. $P(A/B) = P(A)$ 2. $P(AB) = 0$ 3. $P(A/B) = P(B)$ 4. $P(AB) = P(A)P(B)$
Укажите, по какой из формул можно определить вероятность появления m успехов в n независимых испытаниях	1. $P(m) = \frac{C_n^m C_n^{n-m}}{C_n^n}$ 2. $P(m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$ 3. $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ 4. $p = \frac{m}{n}$
Укажите формулу, по которой можно установить наименее вероятное значение случайной величины, если она распределена по биномиальному закону.	1. $P(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ 2. $np - q \leq m^*$ 3. $np - p \leq m^* \leq np + p$ 4. $P(m) = p^n q^{n-m}$
Для дискретного типа случайной переменной функция $f(x) = P(X = x)$ может задавать закон распределения тогда и только тогда, если выполняются определенные условия. Укажите, какие из формул определяют эти условия.	1. $f(x) \geq 0$ для каждого x 2. $f(x) = 1$ 3. $\sum_x f(x) = 1$ 4. $\sum f(x) = 0$
Какие из формул могут использоваться для определения вероятности того, что случайная величина непрерывного типа примет значения в интервале от a до b , где $f(x)$ - плотность распределения, $F(x)$ - функция распределения.	1. $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$ 2. $P(a < X < b) = \int_a^b F(x) dx$ 3. $P(a < X < b) = f(b) - f(a)$ 4. $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$
Заполнить пропуски: параметрами биномиального закона распределения являются... и ...	1. Математическое ожидание 2. Число испытаний 3. Вероятность успеха в одном испытании 4. Вероятность неудачи в одном испытании
Заполнить пропуски: параметрами нормального закона распределения являются... и ...	1. Математическое ожидание 2. Мода 3. Стандартное отклонение 4. Размах

<p>Заполнить пропуски: Нормальное распределение с параметрами μ, σ преобразуется в стандартизованное нормальное распределение, параметрами которого являются $\mu = \dots$, $\sigma = \dots$ с помощью формулы преобразования вида...</p>	<ol style="list-style-type: none"> $\mu=0, \sigma=1$ $\mu=1, \sigma=1$ $Z=(X-\mu)/\sigma$ $Z=(\mu-X)/\sigma$
<p>Укажите формулу функции, значение которой можно определить по таблице</p>	<ol style="list-style-type: none"> $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$
<p>Назовите какие из характеристик расположения являются структурными средними</p>	<ol style="list-style-type: none"> Среднее арифметическое Медиана Квартили Мода
<p>Укажите формулы для определения выборочного среднего арифметического</p>	<ol style="list-style-type: none"> $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ $\mu = \sum_{i=1}^n x_i p_i$ $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i f_i$ $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 f_i$
<p>Укажите, какие из формул используются для определения дисперсий по выборке малого объема</p>	<ol style="list-style-type: none"> $1/(n-1) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$ $\frac{\sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2}{n-1}$ $1/n \sum (x_i - \bar{X})^2$ $\frac{\sum x_i f_i}{n}$
<p>Задание на установление правильной последовательности</p>	
<p>Укажите шаги, которые необходимо выполнить для определения вероятности попадания нормально распределенной слу-</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определить значения нормированной функции распределения по таблице Использовать формулу преобразова-

<p>чайной величины в интервал (a,b) с использованием функции распределения F(x)</p>	<p>ния $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$</p> <ul style="list-style-type: none"> Определить значение разности $F\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$
<p>Установите шаги по порядку при классическом определении вероятности</p>	<ul style="list-style-type: none"> Использование формулы для классического определения вероятности случайного события А Определение числа благоприятных исходов для появления события А Определение объема выборочного пространства
<p>Установите шаги по порядку для определения условной вероятности P(A/B) случайного события А при условии, что произошло событие В.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определить число благоприятствующих событий для события В в исходном выборочном пространстве. Определить число исходов благоприятствующих событию А, которое благоприятствуют и событию В. Использовать формулу классического определения вероятности.
<p>Правильно расположите шаги для определения вероятности апостериорных гипотез (по формуле Байеса)</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определение формулы полной вероятности. Определение вероятности гипотез В_j до опыта (априорных). Определение условных вероятностей P(A/B_j). Определение вероятности апостериорных гипотез P(B_j/A).
<p>Укажите шаги для определения вероятности события А через вероятность противоположного события \bar{A}.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Установить противоположное событие для события А. Определить вероятность события А. Определить вероятность противоположного события А.
<p>Укажите шаги для построения ряда распределения случайной величины дискретного типа</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определить вероятность того, что случайная величина примет конкретное значение. Установить возможные значения случайной величины. Построить таблицу соответствия значений случайной величины и их вероятностями.
<p>Указать последовательность шагов для построения многоугольника распределения дискретной случайной величины.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Определить вероятности того, что случайная величина примет определенные значения. Установить возможные значения для случайной величины У. Отложить возможные значения случайной величины У по оси Х. Отложить значение вероятностей приня-

	<p>тия случайной величиной определенных значений по оси У.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Построить график
Укажите порядок шагов для определения медианы по выборке	<ul style="list-style-type: none"> • Определить является ли объем выборки четным числом или нечетным. • Построить вариационный ряд. • Использовать необходимую формулу
Указать последовательность действий при определении выборочной дисперсии по выборке малого объема.	<ul style="list-style-type: none"> • Определить значение отклонений наблюдений от среднего арифметического. • Определить объем выборки n. • Определить квадраты отклонений наблюдений от среднего арифметического. • Определить среднее арифметическое. • Определить значение n-1. • Использовать формулу.
Указать последовательность шагов для определения выборочной дисперсии по интервальной таблице.	<ul style="list-style-type: none"> • Определить среднее арифметическое для интервального ряда. • Определить значение частот f_i и средние точки классов. • Определить отклонение средних точек классов от среднего арифметического. • Определить квадраты отклонений средних точек классов от среднего арифметического. • Использовать формулу. • Определить число классов. • Построить интервальную таблицу.
Указать последовательность действий при определении коэффициента вариации по выборке.	<ul style="list-style-type: none"> • Определить среднее арифметическое. • Определить среднеквадратическое. • Определить дисперсию. • Использовать формулу.
Задание на установление соответствия	
Установите соответствие между формулами для определения вероятности случайного события по:	<p>а) $P(A) = \frac{m}{n}$</p> <p>б) $P^*(A) = \frac{m_A}{n}$</p>
1. классическому определению 2. статистическому определению	
Установите соответствие между значениями вероятностей для:	<p>а) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$</p> <p>б) 0</p> <p>в) 1</p>
1. достоверного события 2. невозможного события 3. противоположных событий	
Установите соответствие между типами комбинаций и формулами для определения их количества:	<p>а) $A_n^m = n!/(n-m)!$</p> <p>б) $P_n^m = n!$</p> <p>в) $C_n^m = n!/m!(n-m)!$</p>
1. перестановки 2. сочетания	

3. размещения	
Установите соответствие между формулами для определения вероятности случайных событий А и В:	<p>а) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$</p> <p>б) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$</p>
1. события А и В несовместны 2. события А и В независимы	
Установите соответствие между формулами для определения вероятности случайных событий А и В:	<p>а) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A/B)$</p> <p>б) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$</p>
1. события А и В совместны 2. события А и В зависимы	
Установите соответствие между формулами:	<p>а) $P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A/B_i)$</p> <p>б) $P(B_i/A) = \frac{P(B_i)P(A/B_i)}{P(A)}$</p>
1. Байеса 2. формулой полной вероятности	
Установите соответствие между формулами для определения медианы:	<p>а) $M_e = x_{(n+1)/2}$</p> <p>б) $M_e = \frac{x_{n/2} + x_{(n+1)/2}}{2}$</p>
1. если объем выборки n – четное число 2. если объем выборки n – нечетное число	
Задания для краткого ответа	
Если игральная кость подбрасывается 3 раза, то каков объем выборочного пространства имеем в этом случае?	Использовать правило 1.
Случайная величина, которая принимает конечное или бесконечное счетное множество значений из некоторого интервала, называется...	Определение
Случайная величина, которая может принять любое значение из заданного интервала, называется...	Определение
Случайная величина X распределена по биномиальному закону с параметрами: n=5, p=0,6.	Варианты ответов: 0,6 5 1,2 1
Случайная величина X распределена по нормальному закону с параметрами: $\mu=12,5$, $\sigma=2$. Определить границы интервала, содержащего 99,7% данных.	Варианты ответов: (16,5, 18,5) (6,5, 18,5) (12,5, 14,5) (8,5, 14,5)

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» /сост. Г. Е. Чекмарев, – Чебоксары: ЧГПУ им. И. Я. Яковлева, 2017. – 17 с.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» слушателям, обучающимся по программе профессиональной переподготовки «Теория и методика обучения математике».

Составитель  *Г. Е. Чекмарев*
(подпись)

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, протокол № 1 от 24.08.2017.

Заведующий кафедрой  *Т.И. Рыбакова*

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева»

Содержание

Центр дополнительного образования



1. Планируемые результаты обучения дисциплины	3
2. Учебно-тематический план освоения дисциплины	4
2.1 Содержание разделов дисциплины	4
2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины	4
3. Список рекомендуемых источников	5
3.1 Основная и дополнительная литература	5
3.2 Ресурсы сети Интернет	5
4. Фонд оценочных средств	5

М. 3.6

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА

Дополнительная профессиональная программа

Теория и методика обучения математике

профессиональная переподготовка
(вид программы (повышение квалификации, профессиональная переподготовка))

Чебоксары
2017

1. Планируемые результаты обучения дисциплины

Дисциплина «Элементарная математика» является одной из важнейших фундаментальных общеобразовательных дисциплин. Изучение элементарной математики является составной частью подготовки специалиста и имеет следующую основную цель – подготовка студентов к преподаванию курса математики средней школы, а также школьных факультативных курсов по элементарной математике.

Задачи курса:

- вооружить обучающегося теоретическими знаниями по основополагающим разделам элементарной математики: по задачам элементарной алгебры, тригонометрии и элементарной геометрии;
- ознакомить обучающегося с основными методами решения задач;
- выработать у обучающегося умения и навыки решать стандартные задачи курса;
- формировать у обучающихся умения и навыки самостоятельно расширять математические знания и применять их в практической работе;
- формировать четкую, логически правильную речь;
- развивать логическое и алгоритмическое мышление;
- повышать общий уровень математической культуры.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- точные формулировки определений основных понятий в соответствии с программой курса;
- точные формулировки теорем в соответствии с программой курса «Элементарной математики»;
- логическую последовательность расположения определений и теорем;
- идеи доказательства основных теорем курса элементарной математики;
- современные задачи и приложения элементарной математики;

уметь:

- безошибочно выполнять необходимые алгебраические, тригонометрические, преобразования;
- приводить примеры и контрпримеры к основным определениям и теоремам курса;
- безошибочно выполнять все вычислительные операции, связанные с различными алгоритмами курса;

- решать стандартные задачи курса;
- доказывать основные теоремы курса;
- находить решение задачи или доказательство теоремы;
- применять полученные знания при решении практических задач профессиональной деятельности;

владеть:

- навыками решения основных типов уравнений и неравенств и их систем (алгебраических, логарифмических, показательных, тригонометрических);
- стандартными приемами решения задач элементарной математики;
- стандартными приемами доказательства теорем;
- основными методами доказательства, в частности, методом доказательства «от противного» и методом математической индукции;
- методами решения вычислительных задач и задач на доказательство;
- навыками поиска решения задачи и доказательства теоремы;
- основными вычислительными алгоритмами;
- навыками поиска решения задачи;
- навыками работы с математической литературой.

2. Учебно-тематический план освоения дисциплины

2.1 Содержание разделов дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Преобразования выражений	Многочлен и его значения. Действия над многочленами. Тожественные преобразования иррациональных выражений. Тожественные преобразование логарифмических и тригонометрических выражений	контрольная работа №1
2	Уравнения и методы их решений	Корни алгебраического уравнения. Различные способы разложения многочленов на множители. Особенности решения иррациональных уравнений. Показательная функция. Показательные уравнения. Логарифмы и их свойства. Логарифмические уравнения. Примеры решения уравнений с параметром. Уравнения с несколькими параметрами. Решение тригонометрических уравнений. Решение тригонометрических уравнений с параметрами. Решение комбинированных уравнений	контрольная работа №2
3	Неравенства и методы их решений	Основные свойства неравенств. Некоторые часто встречающиеся неравенства. Примеры доказательства неравенств. Два замечательных неравенства. Решение алгебраических неравенств первой степени. Решение алгебраических неравенств высших степеней. Решение неравенств высших степеней. Решение систем и совокупностей неравенств с одной неизвестной. Иррациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Неравенства с параметрами. Решение задач на доказательство тригонометрических неравенств. Решение тригонометрических неравенств	контрольная работа №3
4	Системы уравнений и системы неравенств	Основные определения и свойства нелинейных систем. Элементарные методы решения нелинейных систем уравнений. Решение систем алгебраических неравенств с двумя неизвестными. Примеры решения текстовых задач на составление уравнений и неравенств. Системы показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Примеры неравенств повышенной трудности.	устный опрос
5	Элементы комбинаторики	Размещения, перестановки и сочетания без повторов. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями. Примеры комбинаторных задач	контрольная работа №4

2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			СР
			Л	ПЗ	ДОТ	
1	Преобразования выражений	8	2	2	4	
2	Уравнения и методы их решений	16	2	4	6	4
3	Неравенства и методы их решений	16	2	4	6	4
4	Системы уравнений и системы неравенств	6		2		4
5	Элементы комбинаторики	12	2		6	4
<i>Экзамен</i>						
Итого		58	6	12	20	20

3. Список рекомендуемых источников

3.1 Основная и дополнительная литература

Основная литература

1. Антонов, В. И. Элементарная математика для первокурсника : учеб. пособие / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. – Санкт-Петербург : Лань, 2013. – 101 с.

Дополнительная литература

1. Копылов, В. И. Курс лекций по элементарной математике : учеб. пособие / В. И. Копылов. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2006. – 116 с.

2. Виленкин, Н. Я. . Задачник-практикум по элементарной алгебре : для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Н. Я. Виленкин. – М. : Просвещение, 1969. – 191 с.

3. Копылов, В. И. Сборник индивидуальных заданий по элементарной математике : учеб.-метод. пособие для студентов 1 курса физ.-мат. фак. / В. И. Копылов. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2011. – 80 с.

4. Виленкин, Н. Я. Элементарная математика : учеб. пособие для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Н. Я. Виленкин, В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович. – Москва : Просвещение, 1970. – 222 с. : ил. Литвиненко, В. Н. Практикум по элементарной математике. Алгебра. Тригонометрия : учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов и учителей / В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : АБФ, 1995. – 351 с. : ил.

5. Ляпин, С. Е. Сборник задач по элементарной алгебре : [учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов] / С. Е. Ляпин, И. В. Баранова, З. Г. Борчугова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Просвещение, 1973. – 351 с.

3.2 Ресурсы сети Интернет

1. Коллекция цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) (<http://scholcollection.edu.ru>);

2. Ресурсы Интернет для проведения текущего и итогового контроля знаний (<http://i-exam.ru>);

3. Математические пакеты прикладных программ (Grafer, Математический конструктор – программная среда для построения и изучения графиков функций).

4. Фонд оценочных средств

Во время текущей аттестации оценивается работа на лекционном и практическом занятиях, сдача контрольных работ, результаты устного опроса.

Примерный перечень вопросов для устного опроса

1. Решение систем алгебраических неравенств с двумя неизвестными.
2. Решение текстовых задач на составление уравнений и неравенств
3. Решение систем показательных и логарифмических уравнений и неравенств.
4. Решение неравенств повышенной трудности
5. Решение систем тригонометрических уравнений с параметром

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Вариант №1

1. Докажите тождество

$$(a^2 - bc)^3 + (b^2 - ac)^3 + (c^2 - ab)^3 - 3(a^2 - bc)(b^2 - ac)(c^2 - ab) = (a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)^2.$$

2. Упростите выражение $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

3. Вычислите $\log_8 \log_4 \log_2 16$.

4. Сравните числа a и b : $a = \sqrt[3]{5}$, $b = \sqrt[6]{6}$,

Вариант №2

1. Докажите тождество

$$-3(b+c-a)(c+a-b)(a-b-c) = 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc).$$

2. Упростите выражение $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

3. Вычислите $\lg(\lg \sqrt[5]{10})$.

4. Сравните числа a и b : $a = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$, $b = 2(\sqrt{2} - 1)$.

Контрольная работа №2

Вариант №1

1. Решить неравенство: $\|3x+4\| - \|2x-1\| = x^2$

2. Найдите арифметическую прогрессию, если сумма всех ее членов без первого члена равна 36, сумма всех ее членов без последнего равна 0.

3. Решите уравнение: $\sqrt{x+10} + \sqrt{x-2} = 6$.

4. Решите уравнение: $3^{2x-4} = 9^{2x-2}$.

5. Моторная лодка прошла вниз по течению реки 14 км, а затем - 9 км против течения, затратив на весь путь 5 ч. скорость моторной лодки в стоячей воде равна 5 км/ч. Найдите скорость течения реки.

Вариант №2

1. Решить неравенство: $\|2x-5\| - \|x-4\| = |x^2+1|$

2. Найдите арифметическую прогрессию, если сумма первых четырех ее членов равна 56, сумма последних четырех членов равна 112, первый член равен 11.

3. Решите уравнение: $\sqrt{x} - \sqrt{x+3} = 1$.

4. Решите уравнение: $3^{\frac{1}{x}} = \frac{\ln \sqrt{e}}{2}$.

5. Поезд вышел со станции А по направлению к станции В. Пройдя 450 км, что составляло 75% всего пути АВ, поезд остановился из-за снежного заноса. Через 0,5 часа путь был расчищен и машинист, увеличив скорость поезда на 15 км/ч, привел его на станцию В без опоздания. Найдите начальную скорость поезда

Контрольная работа №3

Вариант №1

1. Решите неравенство $(x^2 - 4)(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 6x + 8)(x^2 + 4x + 4) < 0$.

2. Решите неравенство $\frac{2}{2 + \sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{2 - \sqrt{4-x^2}} > \frac{1}{x}$.

3. Решите неравенство $\sqrt{13^x - 5} \leq \sqrt{2(13^x + 12)} - \sqrt{13^x + 5}$.

4. Решите неравенство $\frac{1 - \log_2(2^{1-x} + 15)}{\sqrt{x-2}} > \sqrt{x+2}$.

Вариант №2

1. Решите неравенство $(2x^2 - x - 5)(x^2 - 9)(x^2 - 3x) \leq 0$.

2. Решите неравенство $\frac{6x}{x-2} + \sqrt{\frac{12x}{x-2}} - 2\sqrt{\frac{12x}{x-2}} > 0$.

3. Решите неравенство $\sqrt{2(5^x + 24)} \leq \sqrt{5^x - 7} \geq \sqrt{5^x + 7}$.

4. Решите неравенство $\frac{3 - \log_2(8 + 4^x)}{1 - \sqrt{x}} > 2 + 2\sqrt{x}$.

**Контрольная работа №4
Вариант №1**

- Сколько существует пятизначных телефонных номеров с различными цифрами?
- Сколько существует различных способов выбора 2 томов из 12-томного собрания сочинения Л.Н. Толстого?
- Сколько словарей надо издать, чтобы можно было непосредственно выполнять переводы с любого из пяти языков: русского, английского, французского, немецкого, итальянского на любой другой из этих пяти языков?
- У человека 6 знакомых мужчин и 4 знакомые женщины. Сколько дней потребуется для того, чтобы при ежедневном приглашении двух женщин и одного мужчины были различные компании?
- В генетическом эксперименте 4 белых, 7 красных и 5 розовых цветков гороха были взяты из имеющихся 10 белых, 10 красных и 10 розовых цветков. Сколькими способами можно это сделать?
- Встретились 13 пар. Каждый мужчина поздоровался со всеми, кроме своей жены. Женщины не здоровались друг с другом. Сколько всего рукопожатий было?
- В урне 29 шаров, причем черных в ней на 7 больше, чем белых. Сколькими способами можно выбрать из урны 11 шаров, среди которых не менее 10 белых?
- Решить уравнение $A_{x-4}^2 + A_{x-3}^2 = 10(x-4)$

Вариант 2

- Сколько существует семизначных телефонных номеров с различными цифрами?
- В упаковке 5 красных и 3 зеленых воздушных шара. Сколькими способами можно выбрать 6 шаров, если они могут быть любого цвета?
- Сколько различных «слов» можно составить из букв слова «свитер», если все слова начинаются на букву «р» и заканчиваются буквой «т»?
- У человека 7 знакомых мужчин и 5 знакомые женщины. Сколько дней потребуется для того, чтобы при ежедневном приглашении трех женщин и одного мужчины были различные компании?
- Комплексная бригада состоит из 2 маляров, 3 штукатуров и 2 столяров. Сколько различных бригад можно создать из коллектива, в котором 15 маляров, 10 штукатуров и 5 столяров?
- Встретились 9 пар. Каждая женщина поздоровалась со всеми, кроме своего мужа. Сколько всего рукопожатий было?
- В урне 35 шаров, причем белых шаров в 4 раза больше, чем черных. Сколькими способами можно выбрать из урны 10 шаров, так чтобы белых было в 4 раза больше, чем черных?
- Решить уравнение: $C_x^3 + C_x^2 = 15(x-1)$

Промежуточная аттестация по дисциплине включает экзамен.

Список вопросов к экзамену

№ п/п	Формулировка вопроса
1.	Многочлен и его значения. Действия над многочленами
2.	Тождественные преобразования иррациональных выражений.

3.	Тождественные преобразование логарифмических и тригонометрических выражений
4.	Корни алгебраического уравнения. Различные способы разложения многочленов на множители
5.	Особенности решения иррациональных уравнений
6.	Показательная функция. Показательные уравнения
7.	Основные свойства неравенств
8.	Некоторые часто встречающиеся неравенства
9.	Примеры доказательства неравенств. Два замечательных неравенства
10.	Решение алгебраических неравенств первой степени. Решение алгебраических неравенств высших степеней
11.	Решение систем и совокупностей неравенств с одной неизвестной
12.	Иррациональные неравенства
13.	Показательные неравенства
14.	Примеры решения уравнений с параметром
15.	Логарифмы и их свойства
16.	Логарифмические уравнения
17.	Уравнения с несколькими параметрами
18.	Решение тригонометрических уравнений
19.	Решение тригонометрических уравнений с параметрами.
20.	Решение комбинированных уравнений
21.	Логарифмические неравенства
22.	Неравенства с параметрами
23.	Решение задач на доказательство тригонометрических неравенств.
24.	Решение тригонометрических неравенств
25.	Решение неравенств высших степеней
26.	Элементарные методы решения нелинейных систем уравнений
27.	Решение систем алгебраических неравенств с двумя неизвестными
28.	Примеры решения текстовых задач на составление уравнений и неравенств
29.	Системы показательных и логарифмических уравнений и неравенств
30.	Примеры неравенств повышенной трудности
31.	Размещения, перестановки и сочетания без повторений
32.	Размещения, перестановки и сочетания с повторениями
33.	Комбинаторные уравнения и неравенства

Примерный вариант теста на экзамене

- Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 104} = \sqrt{x - 8} + \sqrt{8 - x}$.
1) 1, 2) 2, 3) 5, 4) нет решения.
- Решите уравнение $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$.
1) (-1, -2, 3), 2) (-1, 2, -3), 3) (1, -2, 3), 4) (-1, 2, 3).
- Решите уравнение $3x - 5 = |3x - 5|$.
1) $\frac{5}{3}$, 2) $-\frac{5}{3}$, 3) 0, 4) $[\frac{5}{3}, \infty)$.
- Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 2x^2 - y^2 + x + y = -11. \end{cases}$
1) $(-\frac{1}{2}, -2)$, 2) (-1, -3), 3) (4, 7), 4) (1, -1).
- Решите уравнение $2^{x^2} \cdot 5^{x^2} = 0,001 \cdot (10^{3-x})^2$. Ответ: _____

6. Решите неравенство $|2x - 5| < 3$.

1) [4,6], 2) (0,4), 3) [1,4], 4) (1,4).

7. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x+3}{4-x}} \geq 2$.

1) [3,4], 2) (0,4), 3) ,4,6], 4) $[\frac{13}{5}, 4)$.

8. Разложите на множители $a^4 + a^2b^2 + b^4$.

1) $(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$, 2) $(a^2 - ab - b^2)(a^2 - ab + b^2)$,
3) $(a^2 + ab - b^2)(a^2 - ab + b^2)$, 4) $(a^2 - b^2)(a^2 - ab - b^2)$.

9. Сократите дробь $\frac{5a^2 - a - 4}{a^3 - 1}$.

1) $\frac{5a-4}{a^2+a+1}$, 2) $\frac{5a+4}{a^2-a+1}$, 3) $\frac{5a-4}{a^2+a-1}$, 4) $\frac{5a+4}{a^2+a+1}$.

10. Расположите числа $\sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{6}, \sqrt{2}$ в порядке возрастания.

11. Расположите в порядке возрастания числа $\log_2 3, \log_3 4, \log_4 5, \log_5 6$.

12. Система уравнений

$$\begin{cases} x + 3y + z = 0, \\ 2x - y - 2z = 3, \\ 3x + 2y - z = 2 \end{cases}$$

- 1) имеет единственное решение;
- 2) имеет два решения;
- 3) имеет три решения;
- 4) несовместна.

13. Найдите значение выражения $81^{\frac{1}{4}} - 3\sqrt{3} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$.

1) 0, 2) 3, 3) -3, 4) 6.

14. Значение выражения $\frac{4 - y^{\frac{2}{7}}}{2 - y^{\frac{1}{7}}} - 2$ равно _____.

15. Установите соответствие между неравенствами и их решениями:

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| 1) $5^{1-x} < 25$; | a) $x > 3$; |
| 2) $2^{\frac{1}{x}} > 4$; | b) $x < 0$; |
| 3) $3^{x-1} > 9$; | c) $x < \frac{1}{2}$; |
| 4) $3^{-x} > 1$. | d) $x > 1$. |

16. Расположите в порядке возрастания числа $(\frac{1}{2})^{-2}, \sqrt[3]{27}, (25)^{\frac{1}{2}}, \sqrt{8}$.

17. Найдите значение выражения $\frac{a^{\frac{2}{3}} - 16}{a^{\frac{1}{3}} - 4} - a^{\frac{1}{3}}$.

1) 4, 2) -4, 3) 8, 4) 0.

18. Сравните числа $a = \sqrt[3]{9 - \sqrt{15}}$ и $b = \frac{\sqrt{30 - \sqrt{2}}}{2}$.

1) $a \leq b$; 2) $a < b$; 3) $a > b$; 4) $a \geq b$.

19. Решите уравнение $\lg(x^2 - 10) = 1$.

1) $2\sqrt{5}$; 2) $-2\sqrt{5}$; 3) $\pm\sqrt{5}$; 4) $\pm 2\sqrt{5}$.

20. Решите уравнение $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} = 0,2$.

1) 0, 2) -2, 3) 3, 4) 2.

21. Установите соответствие между двумя последовательностями:

1) $\sin 0$, 2) $\sin \frac{\pi}{2}$, 3) $\sin \frac{\pi}{4}$, 4) $\sin \frac{3}{2}\pi$; a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, b) -1, c) 1, d) 0.

22. Установите соответствие между двумя последовательностями:

1) $\cos 0$, 2) $\cos \frac{\pi}{2}$, 3) $\cos \frac{\pi}{4}$, 4) $\sin \pi$; a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, b) -1, c) 1, d) 0.

23. Установите соответствие между двумя последовательностями:

1) $\operatorname{tg} 0$, 2) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$, 3) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$, 4) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$; a) $\sqrt{3}$, b) 1, c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$, d) 0.

24. Решение уравнения $\cos x \operatorname{tg} 3x = 0$ имеет вид _____.

25. Решение неравенства $\sin x > \frac{1}{2}$ имеет вид _____.

26. Решение уравнения $2^{\cos 2x} = 3 \cdot 2^{\cos^2 x} - 4$ имеет вид _____.

27. Значение выражения $\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ$ равно _____.

28. Числовое значение выражения $\sin 40^\circ - 2\sin 5^\circ \cos 35^\circ$ равно

1) -1, 2) 1, 3) 0, 4) $\sin 10^\circ$.

29. Вычислите $\sin 35^\circ + \sin 25^\circ - \cos 5^\circ$.

1) -1, 2) 1, 3) 0, 4) $\sin 5^\circ$.

30. Определите числовое значение данного выражения

$$2\sin^4 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \alpha + 2\cos^4 \frac{\alpha}{2}$$

1) 2, 2) 1, 3) $\sin 2\alpha$, 4) 0.

31. Решите уравнение $\frac{\sin x + \cos x}{\cos 2x} = 0$.

1) $\frac{\pi}{2} + n\pi$, 2) $n\pi$ ($n \in \mathbb{Z}$), 3) $-\frac{\pi}{2} + 2n\pi$, 4) $\frac{\pi}{2} + 2n\pi$ ($n \in \mathbb{Z}$).

32. Решите уравнение $(0,5)^{\cos 2x} - 4^{-\sin^2 x} = 0,5$

1) $\frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$, 2) $n\frac{\pi}{2}$ ($n \in \mathbb{Z}$), 3) $n\frac{\pi}{4}$, 4) $n\pi$.

33. Сколько хорд можно провести через шесть точек, лежащих на одной окружности?

1) 12, 2) 15, 3) 10, 4) 6.

34. Решить уравнение $A_{x+1}^3 - A_{x-1}^3 = (x-1)^3$.

1) 1, 2) 7, 3) 1; 7, 4) 2.

35. Расположить в порядке возрастания числа $\frac{1}{C_5^1}, \frac{1}{C_6^2}, \frac{1}{C_7^3}, \frac{1}{C_8^4}$.

*Рабочая программа дисциплины «Элементарная математика» /сост.
А. Н. Матвеева, – Чебоксары: ЧГПУ им. И. Я. Яковлева, 2017. – 11 с.*

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины «Элементарная математика» слушателям, обучающимся по программе профессиональной переподготовки «Теория и методика обучения математике».

Составитель _____  _____ А. Н. матвеева
(подпись)

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, протокол № 1 от 24.08.2017.

Заведующий кафедрой _____  _____ Т.И. Рыбакова

Центр дополнительного образования



1. Планируемые результаты обучения дисциплины	3
2. Учебно-тематический план освоения дисциплины.....	3
2.1 Содержание разделов дисциплины.....	3
2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины.....	5
3. Список рекомендуемых источников.....	5
3.1 Основная и дополнительная литература.....	5
3.2 Ресурсы сети Интернет	5
4. Фонд оценочных средств	6

М. 3.8

РЕШЕНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ

Дополнительная профессиональная программа

Теория и методика обучения математике

профессиональная переподготовка
(вид программы (повышение квалификации, профессиональная переподготовка))

Чебоксары
2017

1. Планируемые результаты обучения дисциплины

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

- ознакомить слушателей с различными методами решения некоторых нестандартных задач из разделов, выходящих за пределы программы школьного курса математики;
- способствовать формированию у обучающихся умения решать олимпиадные задачи по математике;
- ознакомить слушателей с некоторыми задачами, предлагавшимися на различных олимпиадах для школьников, а также на вступительных экзаменах на математические специальности в вузы;
- подготовить будущих учителей к творческой работе с учащимися на уроках математики и во внеурочное время.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- методы решения нестандартных задач по изучаемым темам «Целые числа. Уравнения в целых числах», «Логические задачи», «Непривычные функции», «Элементы алгебры и математического анализа»;

-теоретический материал курса;

- историю олимпиадного движения по математике;

уметь:

- решать нестандартные задачи изучаемого курса;
- использовать нестандартные задачи при подготовке школьников к математическим олимпиадам, конференциям, при проведении математических кружков, элективных курсов, факультативов в школе;
- доказывать основные теоремы курса;
- приводить примеры и контрпримеры к основным определениям и теоремам курса;
- распределять задания по степени трудности при составлении заданий для учащихся;
- производить вычисления, используя компьютерную технологию;

владеть:

- нестандартными приемами решения задач;
- навыками поиска решения нестандартной задачи или доказательства теоремы;
- навыками конструирования новых задач;
- приемами нахождения решений нестандартных задач, используя математические пакеты.

2. Учебно-тематический план освоения дисциплины

2.1 Содержание разделов дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Целые числа. Уравнения в целых числах и методы их решения	Четность и нечетность. Деление целых чисел с остатком. Нелинейные диофантовы уравнения с двумя и более переменными. Методы решения нелинейных диофантовых уравнений. Решение уравнений в целых числах. Решение уравнений в натуральных числах. Текстовые задачи на целые числа. Разные задачи на целые числа	контрольная работа №1
2	Логические задачи.	Сюжетные логические задачи. Истинные и ложные утверждения. Задачи о правдолюбцах и лжецах. Задача о переливании и ее варианты. Задача на взвешивание. Турнирные задачи. Стратегии. Логические задачи на индукцию (задачи о колпаках). Принцип Дирихле. Обобщение принципа Дирихле. Применение принципа Дирихле в реше-	контрольная работа №2, расчетно-графическая работа

		нии задач. Инварианты. Полный инвариант. Полуинварианты. Задачи по теме «Инвариант». Принцип «крайнего» и его применение в решении задач. Задачи, решаемые с помощью графов. Цветная комбинаторика. Прием раскраски. История задачи о четырех красках. Решение задач с помощью идеи раскрашивания	
3	Избранные вопросы алгебры и математического анализа	Числовые неравенства и их свойства. Сравнение двух действительных чисел. Основные методы установления истинности числовых неравенств. Понятие неравенства с переменными и его решения. Основные методы доказательства неравенств. Замечательные неравенства. Индукция в неравенствах. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств. Использование областей существования функции. Использование неотрицательности функции. Использование монотонности. Использование ограниченности функции. Использование свойств синуса и косинуса. Использование числовых неравенств. Использование производной функции. Методы отделяющих констант и отделяющей функции. Решение уравнений (неравенств) с двумя, тремя переменными. Решение систем уравнений, в которых число уравнений меньше числа переменных. Обобщенный метод интервалов при решении неравенств с различными функциями. Основные обратные тригонометрические функции. Основные понятия и теоремы. Соотношения между аркфункциями. Доказательство числовых тождеств. Уравнения с аркфункциями. Системы уравнений с аркфункциями. Уравнения и системы уравнений с параметрами. Неравенства с аркфункциями. Системы неравенств с аркфункциями. Неравенства и системы неравенств с параметрами. Графики сложных обратно тригонометрических функций. Функциональные уравнения: основные понятия. Функциональное уравнение, определяющее показательную функцию. Функциональное уравнение, определяющее логарифмическую функцию. Функциональное уравнение, определяющее степенную функцию. Функциональное уравнение, определяющее линейную функцию. Функциональные уравнения, определяющие тригонометрические функции синус и косинус. Задачи на решение функциональных уравнений	контрольная работа №3

2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			СР
			Л	ПР	ДОТ	
1	Целые числа. Уравнения в целых числах и методы их решения	8		2		6
2	Логические задачи.	8		2		6
3	Избранные вопросы алгебры и математического анализа	10	2		4	4
<i>Зачет</i>						
Итого		26	2	4	4	16

3. Список рекомендуемых источников

3.1 Основная и дополнительная литература

Основная литература

1. *Саранцев, Г. И.* Методика обучения математике : методология и теория : учеб. пособие / Г. И. Саранцев. – Казань : Центр инновац. технологий, 2012. – 290 с.

Дополнительная литература

1. *Агаханов, Н. Х.* Математические олимпиады школьников. 9 класс / Н. Х. Агаханов, Л. П. Купцов, А. М. Нестеренко. – М. : Просвещение, 1997. – 208 с.

2. *Васильев, Н. Б.* Избранные олимпиадные задачи. Математика / Н. Б. Васильев, А. П. Савин, А. А. Егоров. – М. : Бюро «Квантум», 2007. – 159 с.

3. *Копылов, В. И.* Сравнение значений числовых выражений / В. И. Копылов // Вестник Чувашского госпедуниверситета. Физико-математические науки. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2002. – № 6 (30). – С. 26–34.

4. *Копылов, В. И.* Студенческие олимпиады по математике : учеб. пособие / В. И. Копылов. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2009. – 151 с.

5. *Купцов, Л. П.* Российские математические олимпиады школьников / Л. П. Купцов, С. В. Резниченко, Д. А. Тершин. – Ростов н/Д : Феникс, 1996. – 640 с.

6. *Мерлин, А. В.* Нестандартные задачи по математике в школьном курсе: конспект лекций / А. В. Мерлин, Н. И. Мерлина. – Чебоксары : Чуваш. гос. ун-т, 1997. – 64 с.

7. *Сидоров, Н. Н.* Обратные тригонометрические функции в уравнениях и неравенствах / Н. Н. Сидоров, С. Н. Богомолова. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 1999. – 158 с.

8. *Фарков, А. В.* Олимпиадные задачи по математике и методы их решения : учебно-метод. пособие / А. В. Фарков. – М. : Народное образование, 2003. – 107 с.

3.2 Ресурсы сети Интернет

1) Математические пакеты прикладных программ (Maple, Grafer, Живая математика, Математический конструктор – программное обеспечение для построения и изучения графиков функций); система компьютерного тестирования MOODLE.

2) Коллекция цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) (<http://school-collection.edu.ru>).

3) www.rusolymp.ru – сайт «Всероссийская Олимпиада школьников».

4) www.turgor.ru – сайт олимпиады Международный математический Турнир Городов.

5) <http://zaba.ru/> – сайт «Математические олимпиады и олимпиадные задачи» для школьников.

6) <http://www.mccme.ru/olympiads/mmo/> – сайт Московской математической олимпиады для школьников.

7) <http://school-collection.edu.ru> – Единая коллекция Цифровых Образовательных Ресурсов.

8) www.kenguru.sp.ru – сайт международного математического конкурса «Кенгуру» для школьников.

9) www.develop-kinder.com – сайт открытой Интернет-олимпиады «Сократ» по математике для школьников.

10) <http://www.math-on-line.com/index.html> – сайт «Математика on-line (занимательная математика и логические задачи).

4. Фонд оценочных средств

Во время текущей аттестации оценивается работа на практических занятиях, выполнение контрольных работ и расчетно-графической работы.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Задача 1. Решите уравнение в целых числах

$$x^2 = 2y + y^2 + 13.$$

Задача 2. Решите уравнение в целых числах

$$xy + 13 = 5x + 4y.$$

Задача 3. Решите уравнение в натуральных числах

$$2x^2 + y^2 + xy - x + 2y + 1 = 0.$$

Задача 4. Докажите, что уравнение

$$x^3 + y^3 = 1999$$

не имеет решений в целых числах.

Задача 5. Решите уравнение в целых числах

$$x^2 + y^2 = 4z - 1.$$

Задача 6. Решите уравнение в целых числах

$$3^x = 1 + y^2.$$

Контрольная работа №2

Задача 1. В некотором городе живут три типа людей: такие, которые всегда говорят правду (правдолюбцы), всегда говорят неправду (лжецы), и шутники, в зависимости от настроения, говорят либо правду, либо неправду. В этом городе кто-то угнал машину у градоначальника. Полиция задержала троих человек: Джона, Джека и Джо. Полиции было известно, что один из них - лжец, один - всегда говорит правду, а про третьего точно неизвестно, говорит ли он правду или ложь. Полиция также знала, что один из них угнал машину, и что этот человек всегда говорит правду. Три человека сказали следующее:

Джон: Я не виновен.

Джек: Он говорит истинную правду.

Джо: Я угнал машину.

Задача 2. Однажды в одной комнате находилось несколько жителей острова, на котором живут только правдолюбцы и лжецы. Трое из них сказали следующее:

- Нас тут не больше трех человек. Все мы – лжецы.
- Нас тут не больше четырех человек. Не все мы лжецы.
- Нас тут пятеро. Трое из нас лжецы.

Сколько в комнате человек с сколько среди них лжецов?

Задача 3. Как, имея лишь два сосуда емкостью 5 л и 7 л, отмерить 6 л воды?

Контрольная работа №3

Задача 1. Решите неравенство

$$\frac{\log_5(x^2 - 4x - 11)^2 - \log_{11}(x^2 - 4x - 11)^3}{2 - 5x - 3x^2} \leq 0$$

обобщенным методом интервалов.

Задача 2. Решите неравенство

$$\frac{\log_{2^{(x-1)^2-1}}(\log_{2x^2+10x+15}(x^2+2x))}{\log_{2^{(x-1)^2-1}(x^2+10x+26)} \geq 0$$

методом рационализации

Задача 3. Решите уравнение

$$\log_2(3 - |\sin x|) = 5 - \left| \frac{\pi + x}{2} \right|.$$

методом оценки.

Задача 4. Решите уравнение

$$\sin(\pi \arctg x) = \cos(\pi \arctg x).$$

Примерные варианты расчетно-графической работы

Расчетно-графическая работа

1. Решите уравнения в целых числах:

- 1.1. а) $xy = x + y + 3$; б) $x^2 + x = y^4 + y^3 + y^2 + y$.
- 1.2. а) $6x^2 + 5y^2 = 74$; б) $x(x+1)(x+7)(x+8) = y^2$.
- 1.3. а) $x^2 = 14 + y^2$; б) $x^5 - y^5 = 1993$.
- 1.4. а) $x^2 - 7y = 10$; б) $x^2 + y^2 = 1995$.
- 1.5. а) $x^2 - 3y^2 = 8$; б) $y^3 - x^3 = 91$.
- 1.6. а) $x^2 + y^2 = x + y + 2$; б) $19x^2 + 28y^2 = 729$.
- 1.7. а) $x^3 + 21y^2 + 5 = 0$; б) $15x^2 - 7y^2 = 9$.
- 1.8. а) $x^2 + y^2 = 9x + 1$; б) $xy = 20 - 3x + y$.
- 1.9. а) $y^3 - x^3 = 91$; б) $xy + 3x - 5y = -3$.
- 1.10. а) $2x^2 - 5y^2 = 7$; б) $1! + 2! + \dots + x! = y^2$.

2. Решите задачи:

2.1. Как с помощью двух бидонов емкостью 17 литров и 5 литров отлить из молочной цистерны 13 литров молока?

2.2. Имеется 12 литров воды. Надо получить 6 литров воды имея 8 литровой и 5 литровой сосуды.

2.3. Как, пользуясь сосудами емкостями 7 л и 12 л, получить 1 л воды?

2.4. Как, имея 2 сосуда емкостью 3 и 5 литров, набрать из водопроводного крана 7 литра воды?

2.5. На острове, где живут только лжецы и рыцари, в строю стояло 10 человек. Каждый, кроме трёх самых левых, сказал: "Мой сосед слева - лжец". Самый левый сказал: "Мой сосед справа - балда", а тот возмутился: "Я не балда!" Сколько лжецов в строю? (как известно, лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду.) Найдите все возможные варианты и объясните, почему других нет.

2.6. Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский". Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?

2.7. В некотором городе живут три типа людей: такие, которые всегда говорят правду (правдолюбцы), всегда говорят неправду (лжецы), и шутники, в зависимости от настроения, говорят либо правду, либо неправду. В этом городе кто-то угнал машину у градоначальника. Полиция задержала троих человек: Джона, Джека и Джо. Полиции было известно, что один из них - лжец, один - всегда говорит правду, а про третьего точно неизвестно, говорит ли он правду или ложь. Полиция также знала, что один из них угнал машину, и что этот человек всегда говорит правду. Три человека сказали следующее: Джон: Я не виновен. Джек: Он говорит истинную правду. Джо: Я угнал машину. Кто угнал машину и кто лжец?

2.8. Вадим, Сергей и Михаил хотят в будущем стать агрономом, трактористом и экономистом. На вопрос, кем хотел бы стать каждый из них, один ответил: «Вадим хочет быть агрономом, Сергей не хочет быть агрономом, а Михаил не хочет быть экономистом». Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Кем хочет стать каждый из мальчиков?

2.9. Три брата имеют специальности: архитектор, бетонщик, водитель. Из трех утверждений: «Алексей — архитектор», «Борис — не архитектор», «Владимир — не водитель» только одно верное. Является ли Владимир архитектором?

2.10. Петя, Катя и Саша пошли на бал-маскарад. Во время раздачи призов королева бала попросила каждого из них сказать, мальчик он или девочка. В ответ дважды прозвучало: «Я — мальчик» и один раз: «Я — девочка». Потом оказалось, что два из этих ответов верны, а один — нет. Назовите полное имя Саши.

Промежуточная аттестация по дисциплине предусматривает зачет.

Список вопросов к зачету

№ п/п	Формулировка вопроса
1	2
1.	Числовые неравенства и их свойства. Сравнение двух действительных чисел. Основные методы установления истинности числовых неравенств
2.	Понятие неравенства с переменными и его решения. Основные методы доказательства неравенств
3.	Замечательные неравенства. Индукция в неравенствах
4.	Использование областей существования функции при решении уравнений и неравенств

5.	Использование неотрицательности функции при решении уравнений и неравенств
6.	Использование монотонности при решении уравнений и неравенств
7.	Использование ограниченности функции при решении уравнений и неравенств
8.	Использование свойств синуса и косинуса при решении тригонометрических уравнений и неравенств
9.	Использование числовых неравенств при решении уравнений и неравенств
10.	Использование производной функции при решении уравнений и неравенств
11.	Методы отделяющих констант и отделяющей функции при решении уравнений и неравенств
12.	Решение уравнений (неравенств) с двумя, тремя переменными
1	2
13.	Решение систем уравнений, в которых число уравнений меньше числа переменных
14.	Обобщенный метод интервалов при решении неравенств с различными функциями
15.	Основные обратные тригонометрические функции. Основные понятия и теоремы. Соотношения между аркфункциями. Доказательство числовых тождеств
16.	Уравнения с аркфункциями. Системы уравнений с аркфункциями
17.	Уравнения и системы уравнений с аркфункциями и параметрами
18.	Неравенства с аркфункциями. Системы неравенств с аркфункциями
19.	Неравенства и системы неравенств с аркфункциями и параметрами
20.	Графики сложных обратно тригонометрических функций
21.	Функциональные уравнения: основные понятия
22.	Функциональное уравнение, определяющее показательную функцию
23.	Функциональное уравнение, определяющее логарифмическую функцию
24.	Функциональное уравнение, определяющее степенную функцию
25.	Функциональное уравнение, определяющее линейную функцию
26.	Функциональные уравнения, определяющие тригонометрические функции синус и косинус

Примерный вариант теста для зачета

- Сколько решений имеет данное уравнение $(2x + y)(5x + 3y) = 2$?
1) 2; 2) 4; 3) нет решений; 4) бесконечно много решений.
- Решите уравнение $1993x + 1994y = 1$. Ответ:
1) $x = 1993t - 1992; y = 1994t - 1993; t \in Z;$
2) $x = 1994t - 1993; y = -1993t + 1992; t \in Z;$
3) $x = 1992t - 1994; y = 1994t - 1990; t \in Z;$
4) не имеет решений.
- Решите уравнение $\frac{x}{999} + \frac{y}{1001} = \frac{1}{999999}$. Ответ:
1) $x = 999t - 499; y = -1001t + 500; t \in Z;$
2) не имеет решений;
3) $x = -998t - 500; y = 1001t - 499; t \in Z;$
4) $x = -1001t + 500; y = 999t - 499; t \in Z.$
- Уравнение $x^2 - y^2 = 303$ имеет непустое множество натуральных решений:
1) да;

- нет.
5. Для перевозки зерна имеются мешки, в которые входят либо 60 кг, либо 80 кг зерна. Сколько надо заготовить тех и других мешков для загрузки 1 т зерна таким образом, чтобы все мешки были полными?
1) 3 и 7;
2) 2 и 11;
3) 15 и 5;
4) невозможно определить.
- Решение уравнения $2x^2 - 10xy + 12y^2 + 7x - 20y + 3 = 0$:
1) $x = 3 - 2t; y = 4 + 5t; t \in Z;$
2) $x = 5 - 4t; y = 7t - 3; t \in Z;$
3) не имеет решений;
4) $x = 1 + 2t; y = 2 + t; t \in Z.$
- Решение уравнения $x^5 + 3x^4y - 5x^3y^2 - 15x^2y^3 - 4xy^4 + 15y^5 = 33$ записывается в виде ...
- Уравнение $x^2 + y^2 + 4x = 3$ не имеет решений в целых числах:
1) да;
2) нет.
- Установите соответствие между уравнениями и множествами их решений в целых числах:
А) $4xy + 7 = 3x + 21y;$
Б) $2xy^2 + xy - 8y^2 - 4y = 3;$
В) $2xy + x - 6y - 14 = 0;$
Г) $xy^3 + 2xy^2 = 7y^3 + 14y^2 + 2;$
1) $(9; -1);$
2) $(-8; -1), (14; 0), (4; 5), (2; -6);$
3) $(7; -1), (5; 1);$
4) $(12; 1), (8; 2).$
- Существуют такие натуральные числа a и b , что $a^2 - 3b^2 = 8$:
1) да;
2) нет.
- Наименьшее неотрицательное решение неравенства $2^x + 2^{|x|} - 2^{3/2} \geq 0$ равно
1) 0; 2) 0,2; 3) 0,5; 4) 1; 5) 3.
- Середина промежутка, представляющего собой множество решений неравенства $5^2 \cdot 2^x - 10^x + (\sqrt{5})^{2x} - 5^2 > 0$, равна
1) 2; 2) 1,5; 3) 0,5; 4) 5; 5) 1.
- Наименьшее целое решение неравенства $(x - 2)^{x^2 - 6x + 8} - 1 > 0$ равно ...
- Сумма целых решений неравенства $\log_2(0,5 \log_{\sqrt{2}} 2 - \log_9 x + \log_{1/9} x) < 1$ равна
1) 3; 2) 5; 3) -5; 4) 4; 5) 7.
- Сумма целых решений неравенства $|3 - x|^{x^2 + 7x + 12} \leq 1$ равна
1) 5; 2) 2; 3) 6,6; 4) 10; 5) 15.

16. Множество решений неравенства $\log_{0,5}(\log_{1/3} \log_5 x) < 0$ имеет вид

- 1) $(1; 2)$; 2) $(1; \sqrt[3]{5})$; 3) $(0; \sqrt[3]{15})$; 4) $(-5; 1)$; 5) $(1; +\infty)$.

17. Середина интервала, который представляет собой множество решений неравенства $\log_{4x}(x^2 - x - 2) > \log_{4x}(3 + 2x - x^2)$, равна ...

18. Среднее арифметическое целых решений неравенства $\frac{\lg^2(3-x) + \sqrt{x-1}}{\lg^2 x - \lg 10} < 0$

равно ...

- 1) 1,5; 2) 3; 3) 1; 4) 2; 5) 6.

19. Сумма целых решений неравенства $\log_{x^2} \frac{4x-5}{|2-x|} \geq \log_{x^2} x$ равна

- 1) 8; 2) 11; 3) 12; 4) 14; 5) 24.

20. Неравенство $a^{-1} \cdot 2^{2x} - 2^x - 1 \leq -3a^{-1}$ имеет хотя бы одно решение при условии, что

- 1) $a \geq 2$; 2) $a > 1$; 3) $a \in \mathbb{R}$; 4) $1 < a < 7$; 5) $3 \leq a \leq 4$.

11. Установите соответствие между уравнениями и множествами их решений

A) $\log_{\sqrt{2}} \log_{0,5} \frac{1}{x+2} = 2$;

B) $\log_3(x^2 - 3x - 17) = \log_3(x+3) + \log_3 \frac{1}{(x+3)}$;

C) $\log_{x^2-1}(5x(x-1)-1) = 1$;

- 1) 6
2) 2;
3) 1,25.

Рабочая программа дисциплины «Решение нестандартных задач» /сост. А. З. Пчелова, – Чебоксары: ЧГПУ им. И. Я. Яковлева, 2017. – 12 с.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины «Решение нестандартных задач» слушателям, обучающимся по программе профессиональной переподготовки «Теория и методика обучения математике».

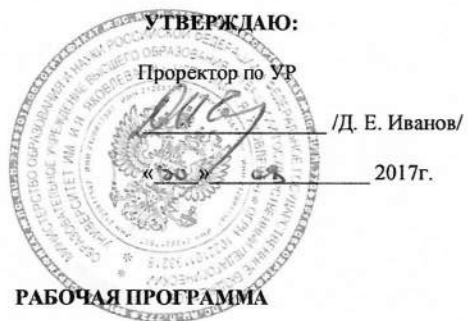
Составитель _____ А.З. Пчелова
(подпись)

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, протокол № 1 от 24.08.2017.

Заведующий кафедрой _____ Т. И. Рыбакова

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева»

Центр дополнительного образования



М. 3.7

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА
(ГЕОМЕТРИЯ)

Дополнительная профессиональная программа

Теория и методика обучения математике

профессиональная переподготовка
(вид программы (повышение квалификации, профессиональная переподготовка))

Содержание

1. Планируемые результаты обучения дисциплины	3
2. Учебно-тематический план освоения дисциплины.....	4
2.1 Содержание разделов дисциплины.....	4
2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины.....	4
3. Список рекомендуемых источников.....	5
3.1 Основная и дополнительная литература.....	5
3.2 Ресурсы сети Интернет	5
4. Фонд оценочных средств	5

Чебоксары
2017

1. Планируемые результаты обучения дисциплины

Дисциплина «Элементарная математика (геометрия)» является одной из важнейших фундаментальных общеобразовательных дисциплин. Изучение элементарной математики является составной частью подготовки специалиста и имеет следующую основную цель – подготовка студентов к преподаванию курса математики средней школы, а также школьных факультативных курсов по элементарной математике.

Задачи курса:

- вооружить обучающегося теоретическими знаниями по основополагающим разделам элементарной геометрии;
- ознакомить обучающегося с основными методами решения задач;
- выработать у обучающегося умения и навыки решать стандартные задачи курса;
- формировать у обучающихся умения и навыки самостоятельно расширять математические знания и применять их в практической работе;
- формировать четкую, логически правильную речь;
- развивать логическое и алгоритмическое мышление;
- повышать общий уровень математической культуры.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен

знать:

- точные формулировки определений основных понятий в соответствии с программой курса;
- точные формулировки теорем в соответствии с программой курса «Элементарной математики (геометрии)»;
- логическую последовательность расположения определений и теорем;
- идеи доказательства основных теорем курса элементарной математики;
- современные задачи и приложения элементарной математики;

уметь:

- приводить примеры и контрпримеры к основным определениям и теоремам курса;
- безошибочно выполнять все вычислительные операции, связанные с различными алгоритмами курса;
- решать стандартные задачи курса;
- доказывать основные теоремы курса;
- находить решение задачи или доказательство теоремы;
- применять полученные знания при решении практических задач профессиональной деятельности;

владеть:

- стандартными приемами решения задач элементарной математики;
- стандартными приемами доказательства теорем;
- основными методами доказательства, в частности, методом доказательства «от противного» и методом математической индукции;
- методами решения вычислительных задач и задач на доказательство;
- навыками поиска решения задачи и доказательства теоремы;
- основными вычислительными алгоритмами;
- навыками поиска решения задачи;
- навыками работы с математической литературой.

2. Учебно-тематический план освоения дисциплины

2.1 Содержание разделов дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Планиметрия	Вписанные углы. Угол между хордой и касательной. Угол между хордами, пересекающимися внутри окружности или вне. Свойство секущих. Радикальная ось 2 окружностей и свойства. Площадь треугольника. Вписанная, описанная и невписанная окружности треугольника. Свойства прямоугольного, равнобедренного треугольников. Замечательные свойства и точки треугольника. Теорема Чевы и ее следствия. Теорема Ван-Обеля. Теорема Менелая. Прямая Симсона. Прямая Эйлера. Окружность 9 точек. Теорема Гамильтона. Прямая Эйлера-Нагеля. Простые, выпуклые, звездчатые многоугольники. Теорема Вариньона. Теорема Эйлера. Вписанные и описанные четырехугольники. Теорема Птолемея. Формула Брахмагупты. Классификация четырехугольников. Сумма внутренних и внешних углов многоугольника, число диагоналей. Правильные многоугольники. Построения с помощью циркуля и линейки (ГМТ). Теоремы о 6-угольниках	контрольная работа №1
2	Стереометрия	Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение прямых в пространстве. Расстояние между 2 скрещивающимися прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости, 2 плоскостей. Угол между прямой и плоскостью, между плоскостями. Перпендикулярность прямой и плоскости, 2 плоскостей. Двугранные углы. Трехгранные углы. Теорема косинусов для трехгранного угла. Многогранные углы. Сумма углов выпуклого многогранного угла. Многогранники. Правильные многогранники. Многогранники 0-ого рода, простые, выпуклые. Теорема Эйлера. Двойственные многогранники. Геометрия шара и сферы. Описанные и вписанные шары. Шаровые секторы, сегменты, слои. Объем тела. Геометрические места точек в пространстве.	контрольная работа №2

2.2 Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			СР
			Л	ПЗ	ДОТ	
1	Планиметрия	20	4	2	6	8
2	Стереометрия	20	2	4	4	10
<i>Экзамен</i>						
Итого		40	6	6	10	18

3. Список рекомендуемых источников

3.1 Основная и дополнительная литература

Основная литература

1. Антонов, В. И. Элементарная математика для первокурсника : учеб. пособие / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. – Санкт-Петербург : Лань, 2013. – 101 с.
2. Берникова, И. К. Элементарная математика в помощь высшей [Электронный ресурс] : учебное пособие. - Омск : Ом. гос. ун-т им. Ф.М. Достоевского, 2016. - 118 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>

Дополнительная литература

1. Копылов, В. И. Курс лекций по элементарной математике : учеб. пособие / В. И. Копылов. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2006. – 116 с.
2. Виленкин, Н. Я. . Задачник-практикум по элементарной алгебре : для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Н. Я. Виленкин. – М. : Просвещение, 1969. – 191 с.
3. Копылов, В. И. Сборник индивидуальных заданий по элементарной математике : учеб.-метод. пособие для студентов 1 курса физ.-мат. фак. / В. И. Копылов. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2011. – 80 с.
4. Виленкин, Н. Я. Элементарная математика : учеб. пособие для студентов-заочников. физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Н. Я. Виленкин, В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович. – Москва : Просвещение, 1970. – 222 с. : ил. Литвиненко, В. Н. Практикум по элементарной математике. Алгебра. Тригонометрия : учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов и учителей / В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : АБФ, 1995. – 351 с. : ил.
5. Борель, Э. Элементарная математика. Ч. 2 : Геометрия / пер. с нем. изд., обраб. П. Штекелем ; под ред. В. Ф. Кагана. - изд 2-е., (пересмотр.). - Одесса : Гос. изд-во Украины, Одес. отд-ние, 1922. - 332 с.

3.2 Ресурсы сети Интернет

1. Коллекция цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) (<http://schol-collection.edu.ru>);
2. Ресурсы Интернет для проведения текущего и итогового контроля знаний (<http://exam.ru>);
3. Математические пакеты прикладных программ (Grafer, Математический конструктор – программная среда для построения и изучения графиков функций).

4. Фонд оценочных средств

Во время текущей аттестации оценивается работа на лекционном и практическом занятиях, сдача контрольных работ.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. На стороне BC параллелограмма ABCD выбрана точка E, делящая эту сторону в отношении 3:4. Отрезок DE пересекает диагональ AC в точке F. Какую часть площади параллелограмма ABCD составляет площадь треугольника AFD?
2. Медианы AM и BN треугольника ABC перпендикулярны и пересекаются в точке P. а) Докажите, что $CP = AB$. б) Найдите площадь треугольника ABC, если известно, что $AC = 3$ и $BC = 4$.
3. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 15$, $AC = 9$ и $BC = 12$. На стороне BC взята точка D, а на отрезке AD – точка O, причем $CD = 4$ и $AO = 3 \cdot OD$. Окружность с центром O проходит через точку C. Найдите расстояние от точки C до точки пересечения этой окружности с прямой AB.

4. Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

Вариант 2.

1. Дан параллелограмм ABCD. Точка M лежит на диагонали BD и делит ее в отношении 2:3. Найдите площадь параллелограмма ABCD, если площадь четырехугольника ABCM равна 60.
2. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Известно, что $AB = 3MC$. а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный. б) Найдите длину отрезка DN, где D – точка касания AC и вписанной в треугольник ABC окружности, N – точка касания стороны AC и окружности, касающейся стороны AC и продолжений сторон AB и BC треугольника, если известно, что $AC = 6$, $BC = 8$.
3. В треугольнике ABC на стороне $AB = 9$ взята точка D такая, что $AD : DB = 1 : 8$. Известно, что $\angle BAC = 60^\circ$. Найдите AC, если известно, что окружность, проходящая через точки B и D и касающаяся прямой AC, касается также прямой BC.
4. Расстояние между центрами окружностей радиусов 1 и 9 равно 17. Третья окружность касается обеих окружностей и их общей внешней касательной. Найдите радиус третьей окружности.

Контрольная работа №2

Вариант № 1

1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ M – середина ребра AB, S – вершина. Известно, что $BC = 4$, а площадь боковой поверхности равна 96. Найдите длину отрезка SM.
2. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Радиус сферы равен $5\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса
3. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 6. Найдите объем параллелепипеда
4. Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 18.
5. Найдите объем правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 6, а боковые ребра равны $\sqrt{3}$.

Вариант № 2

1. Найдите объем призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 2, а боковые ребра равны $10\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30° .
2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра: $AB = 35$, $AD = 12$, $CC_1 = 21$. Найдите угол между плоскостями ABC и $A_1 B_1 C_1$
3. В цилиндрический сосуд, в котором находится 10 литров воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,9 раза. Чему равен объем детали? Ответ выразите в литрах.
4. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 6 и 5. Объем параллелепипеда равен 90. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины
5. Объем первого цилиндра равен 22 м^3 . У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания – в 2 раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

Промежуточная аттестация по дисциплине включает экзамен.

Список вопросов к экзамену

№ п/п	Формулировка вопроса
1	2
1.	Вписанные углы, опирающиеся на равные дуги
2.	Угол между хордой и касательной
3.	Угол между хордами, пересекающимися внутри окружности или вне
4.	Свойство секущих
5.	Радикальная ось 2 окружностей и свойства
6.	Радикальная ось 3 окружностей
7.	Площадь треугольника
8.	Вписанная, описанная и внеписанная окружности треугольника
9.	Свойства прямоугольного, равнобедренного треугольников
10.	Замечательные свойства и точки треугольника
11.	Теорема Чевы и ее следствия
12.	Теорема Ван-Обеля
13.	Теорема Менелая
14.	Прямая Симсона
15.	Прямая Эйлера
16.	Окружность 9 точек
17.	Теорема Гамильтона
18.	Прямая Эйлера-Нагел
19.	Простые, выпуклые, звездчатые многоугольники
20.	Теорема Вариньона
21.	Теорема Эйлера
22.	Вписанные и описанные четырехугольники
23.	Теорема Птолемея
24.	Формула Брахмагупты
25.	Классификация четырехугольников
26.	Сумма внутренних и внешних углов многоугольника, число диагоналей
27.	Правильные многоугольники
28.	Построения с помощью циркуля и линейки (ГМТ)
29.	Теоремы о 6-угольниках
30.	Аксиомы стереометрии
31.	Взаимное расположение прямых в пространстве
32.	Расстояние между 2 скрещивающимися прямыми
33.	Взаимное расположение прямой и плоскости, 2 плоскостей
34.	Перпендикулярность прямой и плоскости, 2 плоскостей
35.	Двугранные углы
36.	Трехгранные углы
37.	Теорема косинусов для трехгранного угла
38.	Многогранные углы
39.	Сумма углов выпуклого многогранного угла
40.	Многогранники
41.	Правильные многогранники
42.	Многогранники 0-ого рода, простые, выпуклые
43.	Теорема Эйлера
44.	Двойственные многогранники

1	2
45.	Геометрия шара и сферы
46.	Описанные и вписанные шары
47.	Шаровые секторы, сегменты, слои
48.	Объем тела

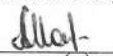
Примерный вариант теста на экзамене

- К основным понятиям стереометрии относятся:
 - точка и прямая;
 - точка, прямая, плоскость;
 - точка и плоскость;
 - прямая, угол, плоскость.
- Углом между прямой ℓ и плоскостью α называется
 - угол между прямой ℓ и любой прямой, принадлежащей плоскости α ;
 - угол между нормальным вектором прямой ℓ и направляющим вектором плоскости α ;
 - угол между прямой ℓ и проекцией этой прямой на плоскость α ;
 - угол между плоскостью, содержащей прямую ℓ и плоскостью α .
- Плоскости в пространстве не могут
 - совпадать;
 - быть параллельными;
 - скрещиваться;
 - пересекаться
- Разверткой цилиндра является
 - два равных круга и прямоугольник, одна из сторон которого равна длине окружности круга;
 - две равные окружности и прямоугольник, одна из сторон которого равна длине окружности;
 - два круга и прямоугольник;
 - две окружности и параллелограмм.
- Используя определение скалярного произведения двух векторов можно определять
 - координаты вектора;
 - угол между векторами;
 - площадь параллелограмма, построенного на этих векторах;
 - координаты третьего вектора, равного сумме двух данных векторов.
- Доказать графически следующее свойство $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
- В заданиях 7 – 14 вставить пропущенные слова вместо ***
 - *** называется фигура, у которой две стороны параллельны, а две другие нет.
 - прямоугольник
 - трапеция
 - ромб
 - четырёхугольник
- Ромб – это ***, у которого все стороны равны.
 - трапеция
 - четырёхугольник
 - ромб
 - параллелограмм
- Диагонали ромба являются *** его углов.
 - медианами
 - высотами
 - средними линиями
 - биссектрисами
- *** параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.
 - высоты
 - биссектрисы
 - диагонали
 - медианы
- У параллелограмма противлежащие *** равны, противлежащие *** равны.
 - вершины и углы
 - углы и стороны
 - прямые и отрезки
 - отрезки и диагонали
- Квадрат – это ***, у которого все стороны равны.
 - четырёхугольник
 - прямоугольник
 - квадрат
 - параллелограмм
- Диагонали *** равны и точкой пересечения делятся пополам.

- а) четырехугольника б) ромба
в) прямоугольника г) трапеции
14. *** равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы пополам.
а) вершины параллелограмма б) диагонали квадрата
в) углы ромба г) стороны квадрата
15. В треугольнике ABC стороны $AB=5$ см, $BC=7$ см. Найдите отношение синуса угла А к синусу угла С.
а) 1; б) $5/7$; в) $7/5$; г) $1/2$; д) 2.
16. Сторона параллелограмма равна 10 см, а диагональ, равная 12 см образует с ней угол 30° . Найдите площадь параллелограмма.
а) 90 см^2 ; в) 45 см^2 ; с) 120 см^2 д) 75 см^2 е) 60 см^2 ;
17. В прямоугольном треугольнике один катет равен 7, а другой – 24. Найдите радиус описанной окружности.
а) 25 в) 12,5; с) 12; д) 24; е) 7.
18. Средняя линия трапеции с основанием 4 и 6 см разбивает трапецию на две фигуры. Найдите отношение площадей этих фигур.
а) 9:8; в) 11:9; с) 4:9; д) 7:8; е) 7:6.
19. Площадь прямоугольного треугольника равна 150, один из катетов равен 15. Найдите длину высоты, опущенной из вершины прямого угла.
а) 12; в) 24 с) $20\sqrt{3}$ д) $10\sqrt{3}$; е) 20.
20. Высота треугольника равна 10 см, делит основание на два отрезка, равные 10 см и 4 см. Найти медиану, проведенную к меньшей из двух других сторон.
а) 14; в) 12; с) 13; д) 11; е) 12,5
21. Стороны треугольника ABC равны 13 см, 14 см, 15 см. О- точка пересечения медиан. Найдите площадь треугольника AOB.
а) 14 см^2 ; в) 42 см^2 ; с) 7 см^2 ; д) 84 см^2 ; е) 28 см^2
22. Высота равностороннего треугольника равна 15 см. Найдите радиус вписанной в треугольник окружности.
а) $5\sqrt{3}$ см; в) 5 см; с) 6 см; д) 7 см; е) 8 см.
23. Чему равна площадь прямоугольника, если его диагональ 10 см, а одна из сторон 8 см?
а) 50 см^2 ; в) 60 см^2 ; с) 80 см^2 ; д) 48 см^2 ; е) 40 см^2 ;
24. Окружность радиуса $4\sqrt{3}$ см описана около правильного многоугольника со стороной 12 см. Найдите число сторон многоугольника.
а) 6 в) 5; с) 4; д) 8; е) 3.
25. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла 120° , если две другие стороны равны 6 см и 10 см.
а) 10см; в) 14 см; с) 15 см; д) 13 см; е) 12 см.

Рабочая программа дисциплины «Элементарная математика (геометрия)» /сост. А. Н. Матвеева, – Чебоксары: ЧГПУ им. И. Я. Яковлева, 2017. – 10 с.

Рабочая программа предназначена для преподавания дисциплины «Элементарная математика (геометрия)» слушателям, обучающимся по программе профессиональной переподготовки «Теория и методика обучения математике».

Составитель _____  _____ А. Н. матвеева
(подпись)

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, протокол № 1 от 24.08.2017.

Заведующий кафедрой _____  _____ Т.И. Рыбакова