

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Чувашский государственный педагогический  
университет им. И.Я. Яковлева»

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета  
ЧГПУ им. И.Я. Яковлева  
30.10. 2020 г. (протокол № 4)

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Чебоксары  
2020

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного испытания составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта РФ по математике, предъявляемыми к выпускникам средних общеобразовательных учреждений.

### 1. ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

#### *1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ*

##### АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

1. Натуральные числа ( $\mathbb{N}$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа ( $\mathbb{Z}$ ). Рациональные числа ( $\mathbb{Q}$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа ( $\mathbb{R}$ ), их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль (абсолютная величина) действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.
12. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.
13. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
14. Определение и основные свойства функций: линейной  $y = ax + b$ , квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ , степенной  $y = ax^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ),  $y = k/x$ , показательной  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ), логарифмической  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ), тригонометрических функций  $y = \sin x$ ,

$y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ , арифметического корня  $y = \sqrt[n]{x}$ .

15. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

16. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

17. Система уравнений и неравенств. Решения системы.

18. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии. Формула  $n$ -го члена и суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии.

19. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

20. Преобразование в произведение сумм  $\sin x \pm \sin y$ ,  $\sin x \pm \cos y$ ,  $\cos x \pm \cos y$ .

21. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

22. Производные функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ,  $y = a^x$ ,  $y = x^n$ .

## ГЕОМЕТРИЯ

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразования подобия и его свойства.

3. Векторы. Операции над векторами.

4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

6. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

8. Центральные и вписанные углы.

9. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

11. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

13. Параллельность прямой и плоскости.
14. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.
15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
16. Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
17. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
18. Формула площади поверхности и объема призмы.
19. Формула площади поверхности и объема пирамиды.
20. Формула площади поверхности и объема цилиндра.
21. Формула площади поверхности и объема конуса.
22. Формулы площади сферы и объема шара.

## **II. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ**

### **АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА**

1. Свойства функции  $y = ax + b$  и ее график.
2. Свойства функции  $y = k / x$  и ее график.
3. Свойства функции  $y = ax^2 + bx + c$  и ее график.
4. Формулы корней квадратного трехчлена.
5. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
6. Свойства числовых неравенств.
7. Логарифм произведения, степени, частного.
8. Определение и свойства функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  и их графики.
9. Определение и свойства функции  $y = \operatorname{tg} x$  и ее график.
10. Определение и свойства функции  $y = \operatorname{ctg} x$  и ее график.
11. Решение уравнений вида  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ .
12. Формулы приведения.
13. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
14. Тригонометрические функции двойного аргумента.
15. Производная суммы двух функций.

### **ГЕОМЕТРИЯ**

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого

многоугольника.

5. Признаки параллелограмма.
6. Окружность, описанная около треугольника.
7. Окружность, вписанная в треугольник.
8. Касательная к окружности и ее свойства.
9. Измерение угла, вписанного в окружность.
10. Признаки подобия треугольника.
11. Теорема Пифагора.
12. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
13. Формула расстояния между двумя точками плоскости.
14. Уравнение окружности.
15. Признак параллельности прямой и плоскости.
16. Признак параллельности плоскостей.
17. Теорема перпендикулярности прямой и плоскости.
18. Перпендикулярность двух плоскостей.
19. Теоремы о параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
20. Теорема о трех перпендикулярах.

### ***III. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ***

Экзаменуемый должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькулятором или таблицами для производства вычислений.
2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные; выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрической функции.
4. Решать уравнения первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а метода алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.
8. Производить на плоскости операции над векторами (сложение

и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

9. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.

### Список рекомендуемой литературы

1. *Мордкович, А. Г.* Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. / *А. Г. Мордкович, П. В. Семенов и др.* – М. : Просвещение, 2018. – 368 с.

2. *Мордкович, А. Г.* Алгебра и начала анализа. 10-11 классы Учебник. В 2-х частях. Базовый уровень / *А. Г. Мордкович, В. П. Семенов.* – М. : Мнемозина, 2017. – 719 с.

3. *Мерзляк, А. Г.* Алгебра и начала математического анализа : учебник для 10 класса. Базовый уровень / *А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский и др.; под ред В. Е. Подольского* – М. : Вентана-Граф, 2019. – 368 с.

4. *Мерзляк, А. Г.* Алгебра и начала математического анализа : учебник для 11 класса. Базовый уровень / *А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский и др.; под ред В. Е. Подольского* – М. : Вентана-Граф, 2019. – 288 с.

5. *Геометрия. 7–9 кл.* : учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / *Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.* – М. : Просвещение, 2014. – 382 с.

6. *Математика : алгебра и начала анализа, геометрия. Геометрия 10-11 классы* : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / *Л. С. Атанасян и др.* – М. : Просвещение, 2019. – 287 с.

7. *Ткачук, В. В.* Математика – абитуриенту. / *В. В. Ткачук.* – М. : МЦНМО, 2007. – 976 с.

## 2. ПОРЯДОК И ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

1. Вступительное испытание по математике может проводиться в одном из двух вариантов:

– очно, в письменной форме;

– удаленно, с применением дистанционных образовательных технологий.

Вступительное испытание по математике проводится в форме теста.

2. Вступительное испытание проводится приёмной комиссией по материалам, подготовленным председателем предметной комиссии по математике.

3. Тест может быть открытым (без вариантов ответов), закрытым (с вариантами ответов), может одновременно включать как задания в виде закрытого, так и открытого тестов.

4. Тест должен включать не более 20 заданий. В тест могут быть включены задания с различной максимальной оценкой. За правильный ответ абитуриент получает максимальное количество баллов (4, 5, 6 или 7), за неправильный – минимальное количество баллов (0). Среди ответов закрытого теста должен быть предусмотрен ровно один правильный и точный ответ, считающийся при проверке эталонным.

5. Задания, включаемые в тест, не должны требовать от абитуриентов знаний, выходящих за рамки программы по математике для поступающих в ЧГПУ им. И.Я. Яковлева.

6. Экзаменационная оценка абитуриента в 100-балльной шкале получается суммированием баллов, соответствующих правильно решенным им заданиям.

7. Для подготовки к вступительному испытанию по математике рекомендуется литература, указанная в перечне учебных изданий.

8. Продолжительность вступительного испытания – время, предоставленное абитуриенту на выполнение заданий – 180 минут.

Считается, что абитуриент сдал вступительное испытание с положительной оценкой, если он набрал не меньше, чем 39 баллов.

### 3. ПРОБНЫЙ ТЕСТ

**В заданиях №1 – №17 впишите правильный ответ.**

**№1.** Упростите выражение  $\sqrt[3]{8x^3} + \sqrt[6]{64x^{12}y^6} - \sqrt{4x^2}$ , если  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№2.** Вычислите  $\frac{2^{3,2}6^{6,2}}{12^{5,2}}$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№3.** Найдите значение выражения  $\frac{24}{\sin^2 127 + 4 + \sin^2 217}$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№4.** Вычислите  $(\sqrt{12} - \sqrt{75})\sqrt{12}$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№5.** Найдите значение производной функции  $y = e^{2x-1}$  в точке  $x = 0,5$

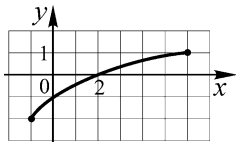
**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№6.** Найдите значение  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№7.** В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $AB=5$  см,  $AC=4$  см. Найдите  $\sin B$

**Ответ:** \_\_\_\_\_



**№8.** Функция задана графиком. Укажите множество значений функции

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№9.** Найдите значение выражения  $\log_2 7 \log_7 8$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№10.** В равнобедренной трапеции одно из оснований равно 5 см, другое – 9 см. Высота трапеции равна 8 см. Найдите площадь трапеции.

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№11.** Решите уравнение  $x^2 = 9x + 52$ . Если уравнение имеет два корня, то в ответе укажите больший из них.

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№12.** Найдите корень уравнения  $4 \cdot 3^{\log_3 x} = x + 27$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№13.** Найдите сумму корней уравнения  $\lg^2(x+2) = 2 + \lg(x+2)$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№14.** Решите уравнение  $2^{x+3} - 5 \cdot 2^x = 48$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№15.** Решите уравнение  $2 \cos \frac{x}{4} - \sqrt{2} = 0$

**Ответ:** \_\_\_\_\_



**№16.** Решите неравенство  $\frac{-2x^2 + 7x - 5}{x - 3} \geq 0$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**№17.** Найдите  $x + y$ , если  $(x; y)$  - решение системы уравнений

$$\begin{cases} \log_2(3-x) - y = 0, \\ |x-3| + y = 3. \end{cases}$$

**Ответ:** \_\_\_\_\_

Для записи решения задач **№18-№20** используйте дополнительный лист.

**№18.** Решите уравнение  $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{2\sin 2x}$ .

**№19.** В сплаве меди и серебра содержится меди на 27 кг меньше, чем серебра. Если к этому сплаву добавить 1 кг серебра, то получим новый сплав, содержащий 85% серебра. Сколько кг серебра в новом сплаве?

**№20.** Найти синус угла ромба, если его площадь равна 980, а радиус вписанной в него окружности равен 7.

Автор:  
кандидат физико-математических наук,  
доцент

Матвеева А. Н.

Согласовано:

Зав. кафедрой математики и физики

Рыбакова Т. И.

Декан ФМФ

Ефремов В. Г.